

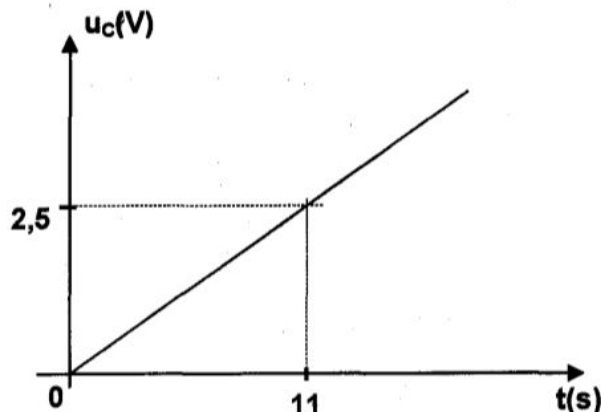
EXERCICES

Exercice N°1 :

On veut déterminer la capacité C d'un condensateur, pour cela on réalise sa charge avec un générateur de courant. Ce générateur débite un courant d'intensité $I = 0,5 \text{ mA}$.

On réalise la saisie automatique de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps moyennant une interface reliée à un ordinateur.

1°/ On obtient la courbe $u_C = f(t)$ suivante :



a- Représenter le schéma du montage électrique permettant de tracer cette courbe et les grandeurs u_C , q (charge du condensateur).

b- Le condensateur est-il initialement chargé?

2°/

a- A l'aide de la courbe, déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

b- Déterminer la valeur de la charge q et celle de l'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur à la date $t=25 \text{ s}$.

c- La tension de claquage du condensateur étant de $10V$, au bout de combien de temps le condensateur claque-t-il ?

3°/ Est-il possible de remplacer, à l'échelle du laboratoire, le condensateur utilisé précédemment par un autre condensateur de même capacité C supposé plan dont les armatures sont séparées par un diélectrique de permittivité absolue $\epsilon = 10^{-7} \text{ F.m}^{-1}$ et d'épaisseur $e=1 \text{ mm}$.

Exercice N°2 :

On se propose d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur dans un résistor, pour cela on réalise le circuit de la figure-1- formé d'un générateur de tension de fem $E=10 \text{ V}$, d'un condensateur de capacité $C=5\mu\text{F}$ d'un commutateur K et de trois résistors de résistances R_1 , R_2 et R_3 .

I- Charge du condensateur :

Le condensateur étant initialement déchargé, on place le commutateur en position (1) et à l'aide d'un oscilloscope à mémoire on visualise la tension $u_{BD}(t)$ aux bornes du résistor de résistance R_1 , on obtient la courbe de la figure-2-

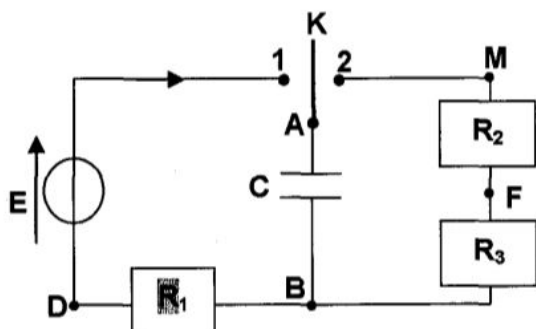


Figure-1

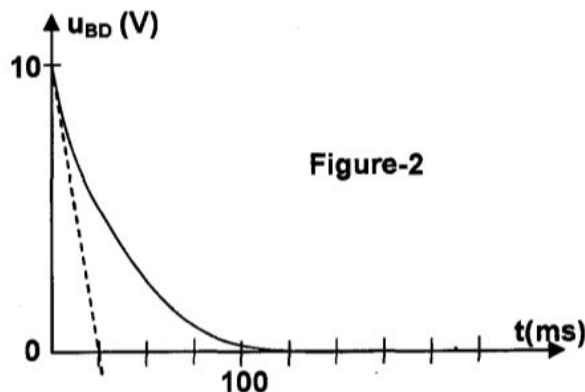


Figure-2

1°/

- a- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_{BD} s'écrit : $\frac{du_{BD}(t)}{dt} + a u_{BD}(t) = 0$, avec a est une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques de certains dipôles du circuit.
- b- Vérifier que $u_{BD}(t) = E \cdot e^{-at}$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

2°/

- a- Définir la constante de temps τ du dipôle RC.
- b- Montrer que la tangente à la courbe $u_{BD}=f(t)$ à $t=0$ coupe l'asymptote horizontale au point d'abscisse $t=\tau$.
- c- Dédire la valeur de la constante de temps τ_1 du dipôle R_1C .
- d- Déterminer la valeur de R_1 .

3°/ Exprimer l'énergie électrostatique E_c emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps. Calculer sa valeur à l'instant $t = 150 \text{ ms}$.

4°/ En supposant que le condensateur est complètement chargé quand la tension $u_{AB} = E$ à 1% près. Calculer le temps mis par le condensateur pour se charger.

II- Décharge du condensateur :

Le condensateur est complètement chargé. A un instant pris comme origine de temps, on place le commutateur K en position (2) et à l'aide d'un oscilloscope à mémoire on visualise la tension u_{AB} aux bornes du condensateur. On obtient la courbe de la figure-3-.

1°/

- a- Décrire le phénomène réalisé.
- b- Déterminer graphiquement le sens de variation de l'intensité de courant $i(t)$ au cours du temps.
- 2°/ Donner l'expression de la constante de temps τ_2 lors de la décharge du condensateur.

3°/ On donne l'expression de la tension aux bornes du condensateur : $u_{AB}(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$.

- a- Déterminer l'expression de la tension $u_{BF}(t)$ aux bornes de résistor de résistance R_3 en fonction de temps.
- b- Dédire la valeur de la tension u_{BF} à l'origine de temps, sachant que $R_2 = R_3$.
- 4°/ Déterminer la valeur algébrique de l'intensité du courant i à l'instant t_1 . On donne : $R_3 = 5 \text{ K } \Omega$.
- 5°/ Représenter l'allure de la courbe d'évolution de la tension $u_{BF}(t)$ aux bornes du résistor de résistance R_3 en fonction de temps.

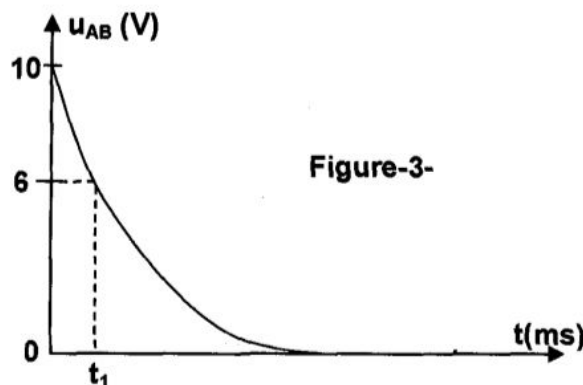


Figure-3-

Exercice N°3 :

On considère le circuit électrique de la figure-4- formé par :

** Un générateur de tension de fem $E=6V$.

** Un condensateur de capacité C .

** Un commutateur K .

** Deux résistors de résistances R_1 et R_2 tel que $R_1 = \frac{R_2}{3}$.

Le condensateur étant initialement déchargé.

A $t=0s$, on bascule le commutateur K en position 1.

Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur donne la figure-5- qui représente l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps.

1°/ Etablir l'équation différentielle $\tau \frac{du_c}{dt} + u_c = E$ vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et exprimer τ en fonction de R_1 et C .

2°/ Une solution de cette équation différentielle est de la forme

$u_c(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$, avec A et α sont des constantes non nulles.

Exprimer, en justifiant la réponse, les constantes A et α en fonction de E , R_1 et C .

3°/

a- Déterminer à partir de l'équation différentielle l'unité de la constante du temps τ du dipôle RC dans le système international d'unité.

b- Déterminer la valeur de la constante du temps, τ , du dipôle RC.

c- Reproduire et compléter le tableau suivant en faisant le calcul nécessaire :

t	0	τ	5τ
Tension aux bornes du condensateur : u_c (V)			
Tension aux bornes du résistor R_1 : u_{R1} (V)			

4°/ Le condensateur précédent est complètement chargé.

A une nouvelle origine des temps $t=0s$, on bascule le commutateur K en position 2.

Le dispositif d'acquisition donne la figure-6- qui représente l'évolution, en fonction du temps de l'intensité du courant électrique circulant dans le circuit.

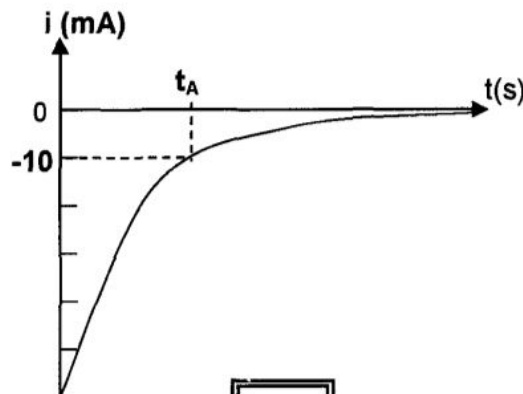


Figure-6-

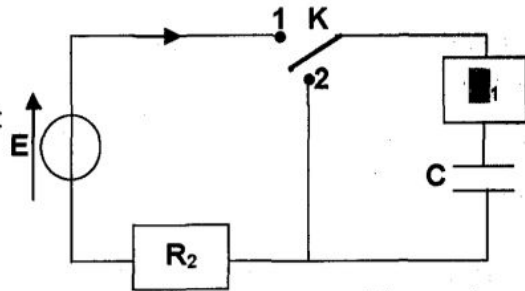


Figure-4-

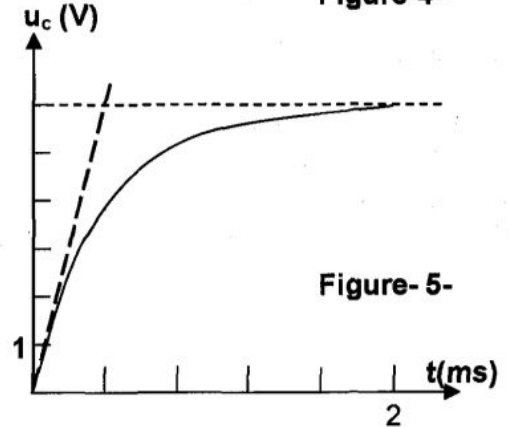


Figure- 5-

a- Reproduire le circuit de décharge du condensateur et indiquer le sens du courant électrique, ainsi que le sens de circulation des électrons dans le circuit.

b- L'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur est : $\tau' \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$
avec $\tau' = R_1 C$: constante du temps du dipôle RC.

La solution de cette équation différentielle est $u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau'}}$.

α - Montrer que $i(t) = -\frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau'}}$.

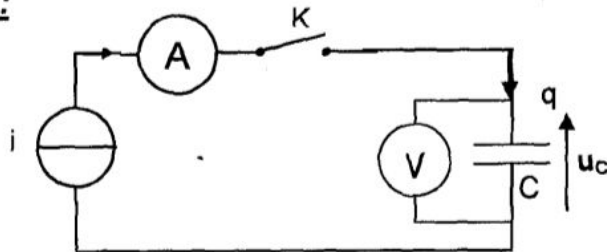
β - Déterminer à partir de la figure-6- l'intensité du courant I_0 à l'origine du temps.

θ - Déduire R_1 et C .

c- Calculer l'énergie, W , dissipée dans le résistor de résistance R_1 entre les dates $t=0s$ et $t' = \tau'$.

d- Déterminer la charge électrique, q , du condensateur à l'instant de date t_A indiqué sur la figure-6-.

CORRECTION

Exercice N°1 :1°/
a-

Chronomètre

b- Le condensateur est initialement déchargé car à $t=0$ d'après la courbe $u_C=0$ alors $q=C u_C=0$.

2°/

a- * La courbe représentative de l'évolution de la tension électrique u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps est une droite qui passe par l'origine d'équation $u_C=a.t$ (1).a est le coefficient de la droite : $a = \frac{2,5}{11} = 0,227$ par suite $u_C = 0,227.t$.

$$* u_C = \frac{q}{C} \text{ or } q = I \times t \text{ alors } u_C = \frac{I}{C} \times t \quad (2).$$

Par identification entre (1) et (2) on déduit que $\frac{I}{C} = 0,227$ d'où $C = \frac{I}{0,227}$ AN: $C = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,227} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ F}$.b- * $q = I \times t$.AN: $q = 0,5 \cdot 10^{-3} \times 25 = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ C}$.

$$* E_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \text{ .AN: } E_C = \frac{1}{2} \frac{(1,25 \cdot 10^{-2})^2}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 3,55 \cdot 10^{-2} \text{ J}.$$

$$\text{c- } u_C = u_{\text{Claquage}} = \frac{I}{C} \times t \text{ alors } t = \frac{u_{\text{Claquage}} \times C}{I} \text{ .AN: } t = \frac{10 \times 2,2 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 44 \text{ s}.$$

$$3^\circ / C = \frac{\epsilon \cdot S}{e} \text{ alors } S = \frac{C \times e}{\epsilon} \text{ AN : } S = \frac{2,2 \cdot 10^{-3} \times 10^{-3}}{10^{-7}} = 22 \text{ m}^2.$$

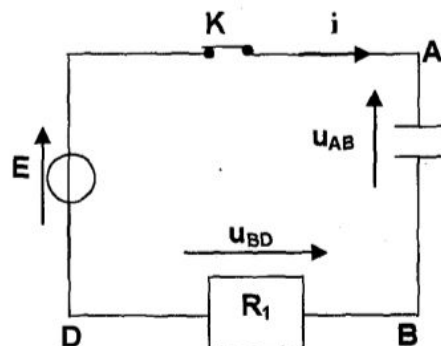
S est très grande alors le condensateur précédent ne peut pas être plan à l'échelle du laboratoire.

Exercice N°2 :I-
1°/a- La loi des mailles : $u_{BD}(t) + u_{AB}(t) - E = 0$ alors

$$u_{BD} + \frac{q}{C} = E \text{ alors } \frac{du_{BD}}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0 \text{ alors}$$

$$\frac{du_{BD}}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \text{ or } i = \frac{u_{BD}}{R_1} \text{ d'où } \frac{du_{BD}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{BD} = 0,$$

$$\text{avec } a = \frac{1}{R_1 C} = \frac{1}{\tau_1}.$$



b- $u_{BD}(t) = E \cdot e^{-at}$ alors $\frac{du_{BD}}{dt} = -a E \cdot e^{-at} \cdot \frac{du_{BD}}{dt} + a u_{BD} = -a E \cdot e^{-at} + a E \cdot e^{-at} = 0$ d'où $u_{BD}(t) = E \cdot e^{-at}$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

2°/

a- La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle se fait la charge et la décharge du condensateur.

b- * L'équation de l'asymptote : $u_{BD} = 0$.

* L'équation de la tg à la courbe $u_{BD} = f(t)$ à $t=0$ s : $u_{BD} = \alpha t + \beta$ avec $\beta = E$ et

$$\alpha = \left(\frac{du_{BD}}{dt} \right)_{t=0} = -a E \cdot e^{-a \cdot 0} = -a E = -\frac{E}{\tau_1} \text{ d'où } u_{BD} = -\frac{E}{\tau_1} t + E.$$

Au point d'intersection : $-\frac{E}{\tau_1} t + E = 0$ alors $\frac{E}{\tau_1} t = E$ alors $t = \tau_1$.

c- Graphiquement τ_1 est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine des temps à la courbe $u_{BD} = f(t)$ et l'asymptote horizontale $u_{BD} = 0$. On trouve $\tau_1 = 25 \text{ ms} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

d- $\tau_1 = R_1 C$ alors $R_1 = \frac{\tau_1}{C} \cdot \text{AN} : R_1 = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} = 5000 \Omega = 5 \text{ k}\Omega$.

3°/ * $E_C = \frac{1}{2} C u_{AB}^2$ or $u_{BD} + u_{AB} = E$ alors $u_{AB} = E - u_{BD} = E - E e^{-\frac{t}{\tau_1}} = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$ d'où $E_C = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})^2$

* A $t = 150 \text{ ms}$ on a : $u_{BD} = 0$ alors $u_{AB} = E = 10 \text{ V}$ d'où $E_C = \frac{1}{2} C u_{AB}^2$. AN: $E_C = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-6} \times 10^2 = 25 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.

4°/ $u_{AB} = 0,99E$ alors $u_{BD} = 0,01E = E e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ alors $e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 0,01$ alors $\ln e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \ln 0,01$ alors $t = 4,6 \tau_1$.
AN : $t = 4,6 \times 25 \cdot 10^{-3} = 0,115 \text{ s}$.

II-

1°/

a- Le phénomène réalisé est la décharge du condensateur au cours de la quelle l'excès d'électrons de l'armature chargée négativement migrent vers l'armature chargée positivement jusqu'à sa neutralisation.

b- $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_{AB}}{dt}$, avec $\frac{du_{AB}}{dt}$ est le coefficient directeur de la tg à la courbe $u_{AB} = f(t)$ alors $\frac{du_{AB}}{dt} < 0$

d'où $i < 0$ mais $\frac{du_{AB}}{dt}$ augmente au cours du temps alors i augmente au cours du temps.

2°/ $\tau_2 = (R_2 + R_3) C$.

3°/ a- $u_{BF} = u_{R_3} = R_3 i$ or $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_{AB}}{dt} = C \frac{d}{dt} E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} = -\frac{CE}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} = -\frac{E}{(R_2 + R_3)} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ d'où

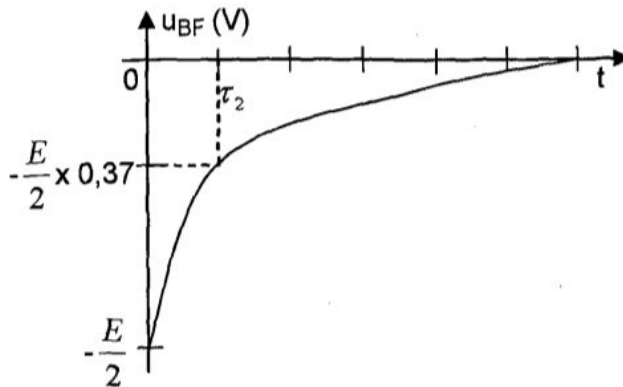
$$u_{BF} = -R_3 \frac{E}{(R_2 + R_3)} e^{-\frac{t}{\tau_2}}.$$

b- $u_{BF}(t=0) = -R_3 \frac{E}{(R_2 + R_3)} e^{-\frac{0}{\tau_2}} = -R_3 \frac{E}{(R_2 + R_3)} = -\frac{E}{2} = -\frac{10}{2} = -5 \text{ V}$.

4°/ $u_{FM} + u_{BF} + u_{AB} = 0$ or $u_{FM} = u_{BF}$ alors $2 u_{BF} = 2R_3 i = -u_{AB}$ d'où $i = -\frac{u_{AB}}{2R_3}$. AN: $i = -\frac{6}{2 \times 5.10^3} = -6.10^{-4} A$.

5°/ $u_{BF} = -R_3 \frac{E}{(R_2 + R_3)} e^{-\frac{t}{\tau_2}} = -\frac{E}{2} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$.

t	0	τ_2	$+\infty$
$u_{BF} (V)$	$-\frac{E}{2} = -5$	$-\frac{E}{2} e^{-1} = -\frac{E}{2} \times 0,37$ $= -1,85$	0



Exercice N°3 :

1°/ D'après la loi des mailles : $u_C(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = E$

alors $u_C + (R_1 + R_2) i = E$ or $R_2 = 3 R_1$.

$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ et $R_2 = 3R_1$ alors $4 R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C = E$.

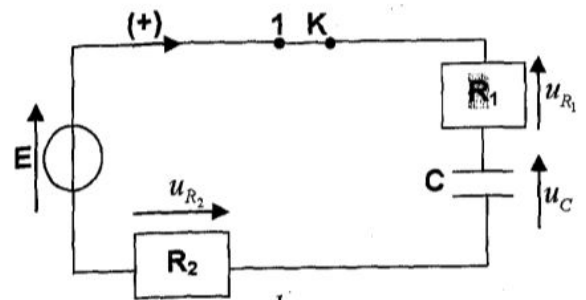
On pose $\tau = 4 R_1 C$. L'équation différentielle s'écrit alors sous la forme de : $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$. (I)

2°/ $u_C(t) = A \cdot (1 - e^{-\alpha t})$ (1) et $\frac{du_C(t)}{dt} = A \alpha \cdot e^{-\alpha t}$ (2).

(1) et (2) dans (I) alors $4R_1 C \alpha A \cdot e^{-\alpha t} + A - A e^{-\alpha t} = E$ alors $A e^{-\alpha t} (4R_1 C \alpha - 1) + A = E$ par

identification alors on a : $A = E$ et $4R_1 C \alpha - 1 = 0$ alors $\alpha = \frac{1}{4R_1 C} = \frac{1}{\tau}$ donc $u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{4R_1 C}})$.

3°/ a- $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E \Rightarrow \tau = \frac{E - u_C}{\frac{du_C}{dt}}$ en dimension $[\tau] = \frac{[E - u_C] \rightarrow (V)}{\left[\frac{du_C}{dt}\right] \rightarrow (V.s^{-1})} = (s)$.



b- Graphiquement τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à l'origine des temps à la courbe $u_C = f(t)$ de la figure-5- et l'asymptote horizontale $u_C = E$. On trouve $\tau = 0,4 \text{ ms} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

c- ** A $t=0\text{s}$ on a: $u_C = 0$ alors $u_{R_1} + u_{R_2} = E$ or $R_2 = 3 \cdot R_1$ alors $u_{R_2} = 3 \cdot u_{R_1}$ par suite $4 \cdot u_{R_1} = E$ alors

$$u_{R_1} = \frac{E}{4} \text{ AN : } u_{R_1} = 1,5 \text{ V.}$$

** A $t = \tau$ on a: $u_C = 0,63 E = 3,78 \text{ V}$ alors $u_{R_1} + u_{R_2} = 0,63 E$ alors $4 \cdot u_{R_1} = 0,63 E$ alors

$$u_{R_1} = \frac{0,37E}{4} \text{ AN : } u_{R_1} = 0,555 \text{ V.}$$

** A $t = 5\tau$ on a: $u_C = E = 6 \text{ V}$ alors $u_{R_1} + u_{R_2} = 0$ alors $4 \cdot u_{R_1} = 0$ alors $u_{R_1} = 0 \text{ V}$.

t	0	τ	5τ
Tension aux bornes du condensateur : u_C (V)	0	3,78	6
Tension aux bornes du résistor R_1 : u_{R_1} (V)	1,5	0,555	0

4°/

a- Circuit ci-contre :

b-

$$\alpha - u_C(t) + u_{R_1}(t) = 0 \text{ alors } u_{R_1} = -u_C = R_1 \cdot i \text{ alors } i = -\frac{u_C}{R_1} \text{ or}$$

$$u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ alors } i = -\frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

β - D'après la figure-6- on a : $I_0 = -60 \cdot 10^{-3} \text{ A}$.

$$\theta - ** \text{ On a : } I_0 = -\frac{E}{R_1} \text{ alors } R_1 = -\frac{E}{I_0} \text{ AN : } R_1 = 100 \Omega.$$

$$** \text{ On a : } \tau' = R_1 C = \frac{\tau}{4} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ s} \text{ alors } C = \frac{\tau'}{R_1} \text{ AN : } C = 10^{-6} \text{ F.}$$

$$c - W = |E'_C(t=\tau') - E_C(t=0)| = \frac{1}{2} C |u_C^2(t=\tau') - u_C^2(t=0)| = \frac{1}{2} C |(0,37 E)^2 - (E)^2| \text{ AN : } W = 1,55 \cdot 10^{-5} \text{ J.}$$

d- A t_A on a: $i = -10 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ or $q = C \cdot u_C$ et d'après la loi des mailles $u_C = -u_{R_1}$ par suite

$$q = -C \cdot u_{R_1} = -C \cdot R_1 \cdot i \text{ AN : } q = -10^{-6} \text{ C.}$$

