

EXERCICES

Exercice N°1:

On réalise le circuit de la figure -1-. Le condensateur de capacité $C = 15 \mu F$ est préalablement chargé à l'aide d'un générateur de tension de fem E .

On place le commutateur K en position (1) puis à $t=0s$, le condensateur se décharge (K en position 2) à travers un circuit comportant une bobine d'inductance $L = 1 H$ et de résistance r .

Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre pendant la décharge l'évolution au cours du temps de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur. Figure -2-

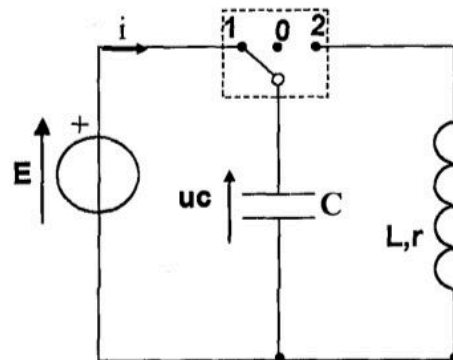


Figure -1-

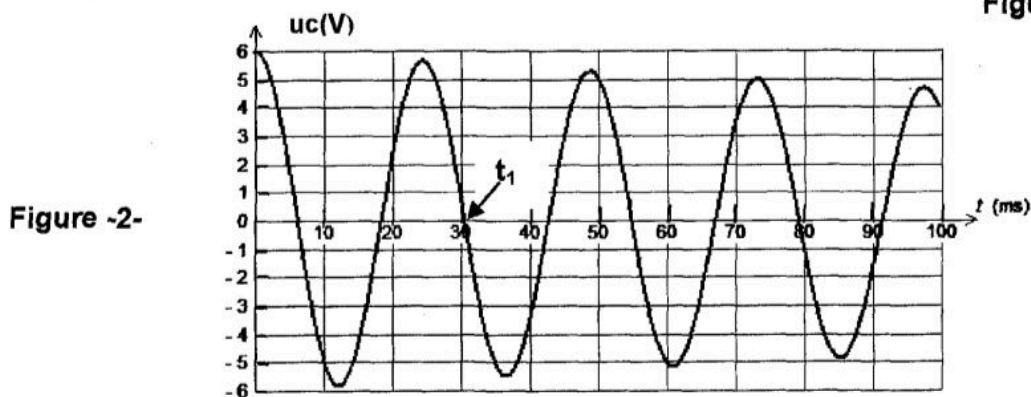


Figure -2-

1°/

- a- Justifier la nature libre et amortie des oscillations électriques observées sur la figure -2-.
- b- Montrer que l'équation différentielle des oscillations électriques vérifiée par $u_C(t)$ s'écrit sous la forme : $\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{du_C(t)}{dt} + \omega_0^2 u_C(t) = 0$. Identifier τ et ω_0^2 .

2°/

- a- Donner l'expression de l'énergie totale E emmagasinée dans le circuit en fonction de u_C , i et des grandeurs caractéristiques du circuit.
- b- Montrer que cette énergie E diminue au cours du temps.

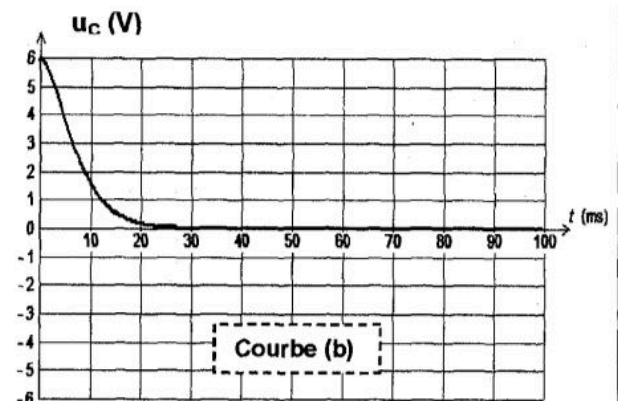
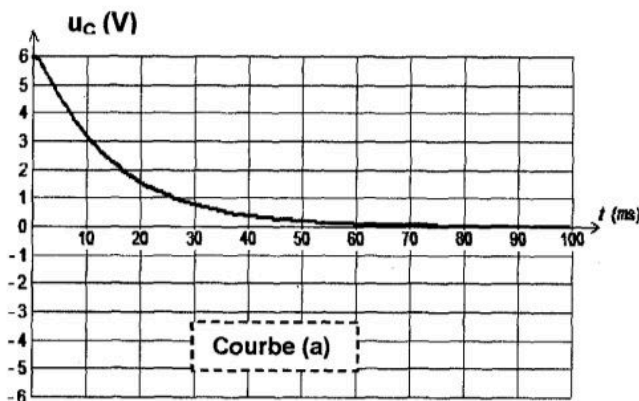
3°/

- a- Donner l'expression de l'intensité du courant électrique $i(t)$ en fonction de la capacité C et $u_C(t)$.
- b- Déterminer l'intensité et le sens du courant électrique i à la date t_1 indiquée sur la figure -2-.
- c- Déduire l'énergie totale emmagasinée dans le circuit à la date t_1 .
- d- Calculer la variation de l'énergie totale E entre les dates $t_0 = 0s$ et t_1 .

4°/ On associe en série avec la bobine un résistor de résistance réglable.

Pour deux valeurs de la résistance R_1 et R_2 tel que $R_1 = 2 R_2$, on obtient les deux courbes suivantes :

- a- De quel régime s'agit-il ?
- b- Associer à chacune des courbes la résistance correspondante.

**Exercice N°2:**

On réalise le montage de la figure-1- :

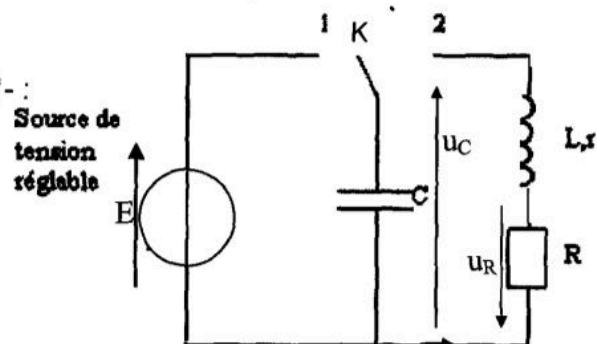


Figure-1-

Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre pendant la décharge, d'une part l'évolution au cours du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur et d'autre part celle de la tension u_R aux bornes du résistor.

On donne : $L = 1\text{H}$; $r = 10\Omega$; $C = 0,6\mu\text{F}$; $R = 10\Omega$; $E = 9\text{V}$

1°/ L'interrupteur K est placé en position (1) puis basculé en position (2). L'acquisition des données commence, à $t = 0\text{s}$, lorsqu'on bascule l'interrupteur K de la position (1) à la position (2). figure -2-

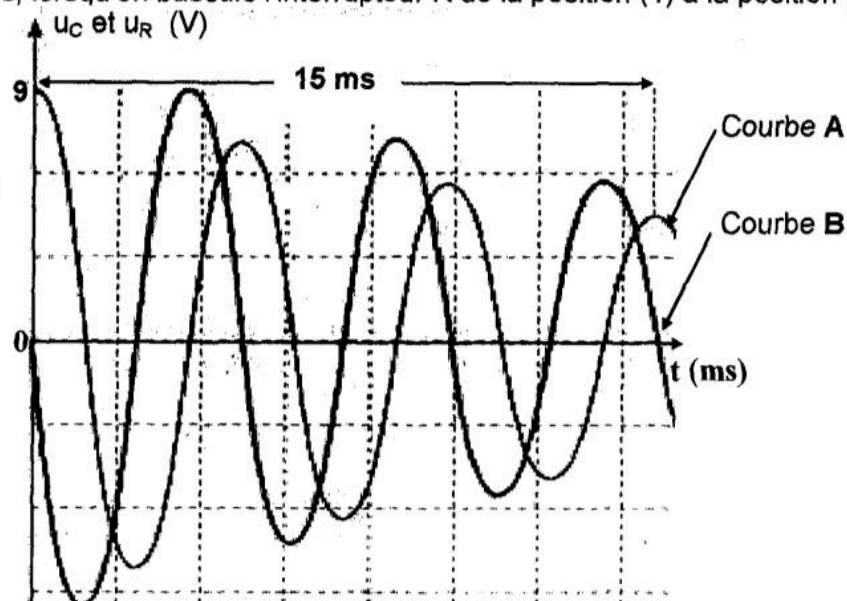


Figure-2-

- a- Identifier, avec justification, les courbes A et B?
- b- Expliquer pourquoi ces oscillations sont dites libres amorties.
- 2°/
- a- Déterminer la pseudo-période T des oscillations.
- b- Comparer la pseudo-période T à la période propre T_0 de l'oscillateur (LC).
- 3°/ L'équation différentielle traduisant cet état électrique est : $L \frac{d^2q}{dt^2} + (R+r) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$.
- a- Exprimer l'énergie totale E du circuit (R, r, L, C) en fonction de L, C, q et i .
- b- Dédire que l'énergie E diminue au cours du temps.
- c- Sous quelle forme cette énergie est-elle transformée?
- 4°/ Dans l'intervalle $[\frac{T}{4}, \frac{5T}{4}]$, dire en le justifiant si le condensateur est en état de charge ou de décharge.
- Dédire alors le sens du courant électrique dans le circuit.
- 5°/ Calculer l'énergie électrique dissipée entre les instants de dates $t = 0s$ et $t = 15ms$.

Exercice N°3:

Un condensateur de capacité $C = 2 \mu F$ est chargé à l'aide d'une tension continue U_0 puis il est branché aux bornes d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance L à la date $t = 0s$. On a alors à toute date $t \geq 0s$, la charge électrique du condensateur est donnée par l'expression :

$$q(t) = 4,8 \cdot 10^{-5} \sin\left(\pi \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}\right). (q \text{ en (C) et } t \text{ en (s)})$$

- 1°/ Calculer la période propre T_0 des oscillations de la charge $q(t)$.
- 2°/ Calculer la valeur de l'inductance L .
- 3°/ Donner l'expression de l'intensité instantanée $i(t)$.
- 4°/ Représenter les graphes de $q(t)$ et de $i(t)$ entre les dates $t = 0s$ et $t = 2T_0$.
- 5°/ Quelle sont les transformations d'énergie qui ont lieu dans le circuit LC pour $0 \leq t \leq \frac{T_0}{2}$.
- 6°/ Déterminer l'expression de u_L aux bornes de la bobine en fonction du temps.
- 7°/
- a- Etablir l'expression de l'énergie électrostatique E_C emmagasinée dans le condensateur et l'énergie magnétique E_L emmagasinée dans la bobine en fonction du temps.
- b- Représenter, en précisant l'échelle, les graphes de E_C et de E_L en fonction du temps pour $0 \leq t \leq T_0$.

Exercice N°4:

Les armatures d'un condensateur de capacité C , initialement chargé sous une tension électrique constante E , sont reliées à une bobine non résistif d'inductance L . Figure -1-

A l'instant de date t_0 pris comme origine des dates, on ferme l'interrupteur K , la tension électrique aux bornes du condensateur et $u_C = E$.

Un dispositif informatisé, non représenté, est lié au circuit et permet de représenter les courbes en dessous.

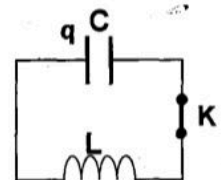
**Figure -1-**

Figure -2- : Courbe d'évolution de l'intensité du courant électrique $i(t)$ qui circule dans le circuit.

Figure -3- : Courbe -a- et courbe -b- ; L'une représente l'évolution de l'énergie électrique $\xi(t)$

emmagasinée dans le circuit et l'autre représente soit l'évolution de l'énergie magnétique $\xi_m(t)$ emmagasinée dans la bobine soit l'énergie électrostatique $\xi_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur.

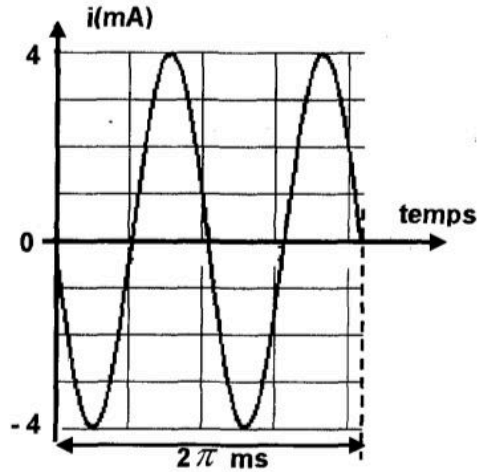


Figure-2-

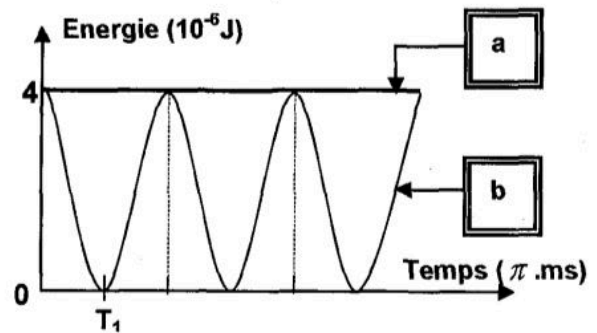


Figure-3-

1°/

- Exprimer l'énergie électrique ξ emmagasinée dans le circuit en fonction de q , i et des caractéristiques du circuit.
- Dire, en le justifiant et sans faire de calcul, laquelle des deux courbes (a) et (b) de la Figure -3- qui représente $\xi(t)$.
- Déduire l'équation différentielle vérifiée par la charge q .

2°/

- Déterminer l'équation $i(t)$ de la grandeur représentée par la Figure-2-.
- En déduire l'expression de la charge $q(t)$.

3°/ En se basant sur les figures 2 et 3, déterminer la capacité C du condensateur, l'inductance L de la bobine et la tension E .

4°/

- L'une des courbes (a) et (b) représente l'énergie $\xi(t)$. La quelle des énergies $\xi_m(t)$ ou $\xi_e(t)$ est représentée par l'autre courbe? Justifier.
- Représenter sur la figure-3- la courbe correspondante à l'énergie manquante en précisant la valeur de T_1 .

Exercice N°5:

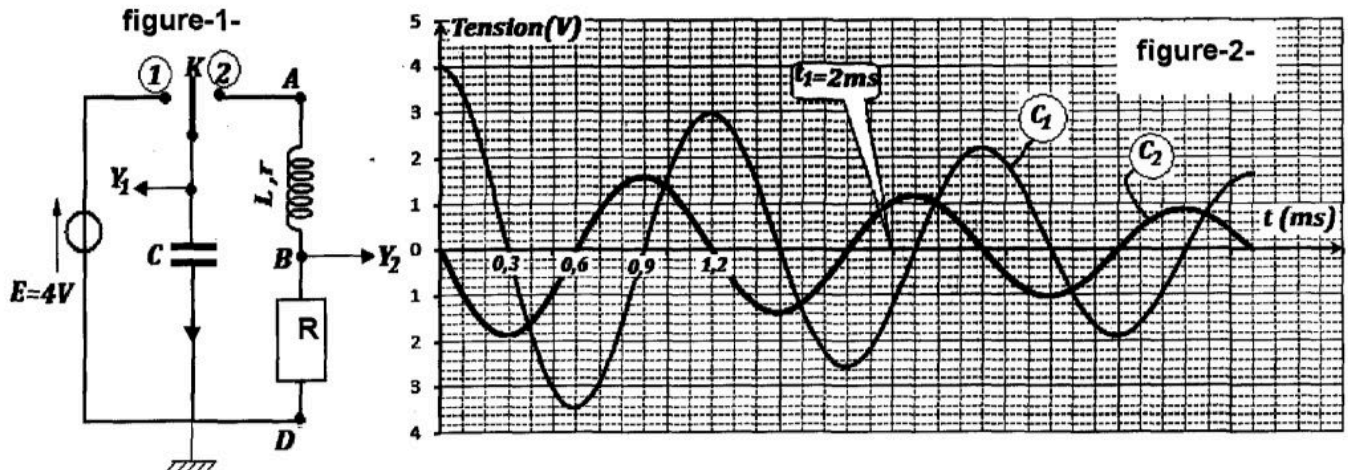
On réalise à l'aide d'une bobine (B) d'inductance L et de résistance r , un générateur (G) de f.e.m $E = 4V$, un résistor de résistance $R = 1k\Omega$, un condensateur de capacité $C = 9.10^{-8}F$ et un commutateur K , le circuit de la figure-1-.

Partie A :

1°/ Le commutateur est mis en position (1), le condensateur se charge ainsi rapidement et l'énergie emmagasinée est noté E_0 .

Expliquer la rapidité de la charge du condensateur et calculer la valeur de E_0 .

2°/ A une date pris comme origine de temps ($t_0=0s$), on bascule le commutateur K en position (2). Les oscillogrammes donnant les variations de $u_C(t)$ et $u_R(t)$ en fonction du temps sont donnés par les courbes de la figure-2-.



- Montrer que la courbe (C_2) correspond à $u_R(t)$.
- Etablir l'équation différentielle en fonction de $u_C(t)$.
- Les oscillogrammes enregistrés montrent que le circuit est dans un état d'oscillations libres amorties. Expliquer les termes suivants :
 - Etat d'oscillation.
 - Oscillations libres.
 - Oscillations amorties.
- En supposant que la pseudo période, T , des oscillations du circuit est égale à la période propre, T_0 , de l'oscillateur (LC). Déterminer la valeur de la pseudo période T et déduire la valeur de l'inductance, L , de la bobine (B).

3°/ On désigne par :

$\mathcal{E}_m$: L'énergie magnétique emmagasinée par la bobine (B).

$\mathcal{E}_C$: L'énergie électrique emmagasinée par le condensateur.

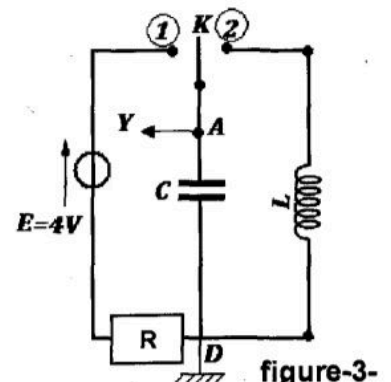
- Montrer que le circuit oscillant ne conserve pas son énergie.
- Calculer, à la date ($t_1=2ms$), les valeurs de $\mathcal{E}_m$ et $\mathcal{E}_C$ et en déduire la valeur de l'énergie électromagnétique $\mathcal{E}_1$ à la date t_1 .
- Déduire l'énergie dissipée par effet joule dans le circuit entre les dates t_0 et t_1 .

4°/ Si on remplace le résistor R par un autre résistor (R') de résistance très élevée jusqu'à la disparition des oscillations. Tracer l'allure de la courbe visualisée sur la voie Y_1 . De quel régime d'oscillation s'agit-il ?

Partie B :

Dans cette partie, on suppose que la bobine (B) est purement inductive et d'inductance $L = 0,4H$.

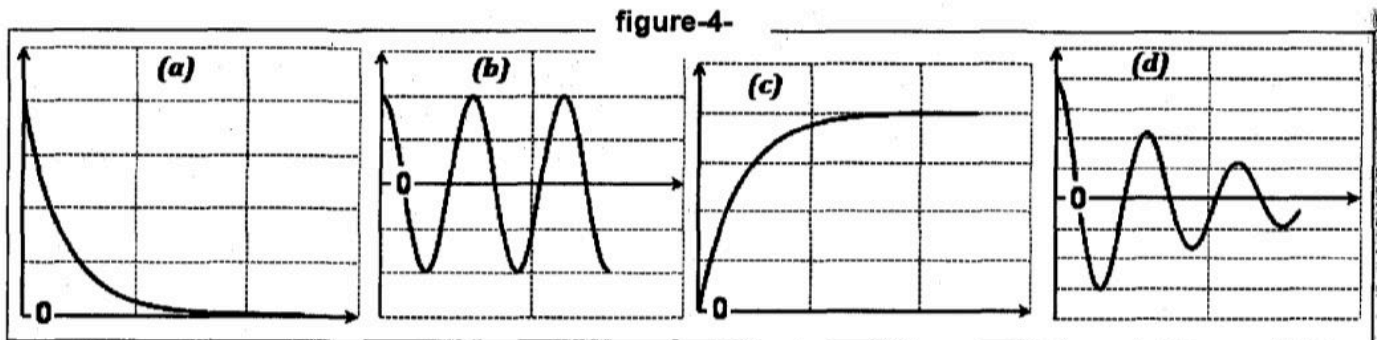
On réalise le circuit électrique de la figure-3- formé par la bobine (B), le condensateur de capacité $C=9 \cdot 10^{-8}F$ initialement déchargé, le résistor de résistance $R = 1k\Omega$, le commutateur K et le générateur (G) de f.e.m $E = 4V$.



L'entrée (Y) d'un oscilloscope à mémoire est branchée de façon à visualiser la tension, $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

Le commutateur (K) est mis en position (1), l'une des courbes de la **figure -4-** apparaît sur l'écran de l'oscilloscope.

1°/ Choisir, en le justifiant, laquelle de ces courbes apparaît sur l'écran de l'oscilloscope.



2°/ A la date ($t=0$), on bascule le commutateur K en position (2), l'une des courbes de la figure -4- apparaît sur l'écran de l'oscilloscope.

a- Choisir parmi ces courbes, celle qui apparaît sur l'écran.

b- En déduire la nature des oscillations obtenues.

c- L'équation différentielle qui décrit l'état du circuit est de la forme : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_c = 0$.

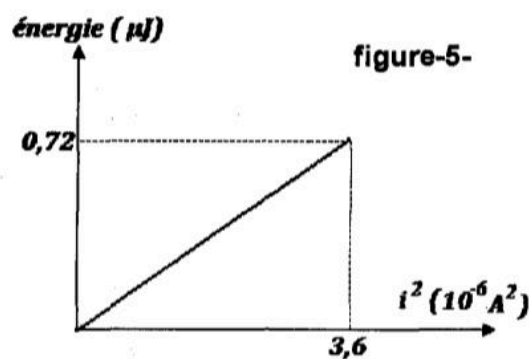
Vérifier que $u_c(t) = E \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right)$ est une solution de cette équation différentielle.

d- En déduire que l'intensité de courant $i(t)$ a pour expression $i(t) = -I_m \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$.

Déterminer l'expression de I_m et calculer sa valeur.

3°/ Le tracé de la courbe donnant la variation de l'énergie magnétique $\mathcal{E}_m$ emmagasinée par la bobine en fonction du carré de l'intensité : $\mathcal{E}_m = f(i^2)$ est donnée par la figure -5-.

En s'aidant de la courbe de la figure -5-, retrouver la valeur de l'inductance, L , de la bobine (B).



CORRECTION

Exercice N°1:

1°/

- a- Les oscillations sont libres parce qu'elles s'effectuent sans intervention d'un générateur.
Les oscillations sont amorties car l'amplitude diminue au cours du temps.

b-

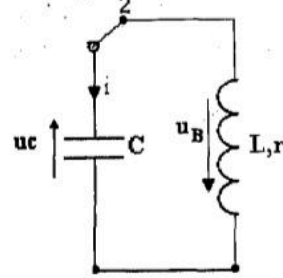
D'après la loi de maille $u_B + u_C = 0$

$$L \frac{di}{dt} + ri + u_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{D'où } (LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + rC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0) \times \frac{1}{LC}$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0 \quad \text{On pose: } \tau = \frac{L}{r} \quad \text{et } W_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{On obtient, alors: } \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{du_C}{dt} + W_0^2 u_C = 0$$



$$2^\circ/a- \quad \xi = \frac{1}{2} L \cdot i^2 + \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$$

$$b- \quad \frac{d\xi}{dt} = -r \cdot i^2 < 0 \Rightarrow \text{L'énergie totale } \xi \text{ diminue au cours du temps.}$$

$$3^\circ/a- \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

b- A la date t_1 la tension électrique u_C est décroissante, donc $\frac{du_C}{dt} < 0$ or $C > 0$ alors $i < 0$

par suite le courant électrique circule dans le sens inverse du sens arbitraire choisi.

$$i(t=t_1) = C \frac{du_C}{dt}(t=t_1) = C \cdot \alpha$$

α : est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $u_C(t)$ à la date t_1 .

$$\text{AN : } \alpha = -\frac{3+3}{4 \cdot 10^{-3}} = -\frac{3}{2} \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1} \text{ d'où } i(t=t_1) = 15 \cdot 10^{-6} \cdot \left(-\frac{3}{2} \cdot 10^3\right) = -2,25 \cdot 10^{-2} \text{ A.}$$

$$c- \quad \xi_{(t=t_1)} = \frac{1}{2} L \cdot i^2 + \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$$

A la date t_1 on a : $u_C = 0$.

$$i = -2,25 \cdot 10^{-2} \text{ A. AN : } \xi_{(t=t_1)} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

$$d- \quad \Delta \xi = \xi_{(t=t_1)} - \xi_{(t=0)}$$

A la date $t=0$ on a : $i=0$; $u_C(t=0)=6\text{V}$.

$$\xi_{(t=0)} = \frac{1}{2} C u_{C(t=0)}^2 \quad \text{AN : } \xi_{(t=0)} = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

$$\text{AN : } \Delta \xi = 2,5 \cdot 10^{-4} - 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ d'où } \Delta \xi = -2 \cdot 10^{-5} \text{ J.}$$

4°/a- Il s'agit d'un régime apériodique.

- b- Courbe -a- $\longrightarrow R_1$
Courbe -b- $\longrightarrow R_2$

Exercice N°2:**1°/**

a- A $t=0s$, le condensateur initialement chargé et $i=0A$ d'où $u_C = E = 9V$ et $u_R = 0$ par suite la courbe A correspond à la tension $u_C(t)$ et la courbe B correspond à la tension $u_R(t)$.

b- Les oscillations sont libres en absence du générateur et amorties car l'amplitude de la tension $u_C(t)$ diminue au cours du temps.

2°/

a- $T = \frac{15}{3} = 5 \text{ ms} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$

b- $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$.AN : $T_0 = 2\pi \sqrt{1 \times 0,6 \cdot 10^{-6}} = 4,86 \cdot 10^{-3} \text{ s} \approx T.$

3°/

a- $\xi = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2.$

b- $\frac{d\xi}{dt} = \frac{q}{c} i + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot \left(\frac{q}{c} + L \cdot \frac{di}{dt} \right) = i \cdot \left(\frac{q}{c} + L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} \right)$ or d'après l'équation différentielle on a :

$L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{c} = - (R + r) i$ par suite $\frac{d\xi}{dt} = - (R + r) i^2 < 0$ alors l'énergie totale ξ diminue au cours du temps.

c- L'énergie perdue se transforme sous forme d'effet Joule.

4°/ $t \in [T, \frac{T}{2}]$ on a u_C diminue de E à 0 alors le condensateur est en état de décharge et d'après la

courbe de la figure-2- $u_R < 0$ d'où $i < 0$ alors le courant électrique circule dans le sens contraire que celui du sens arbitraire positif choisi.

5°/ $\xi_{\text{Dissipée}} = |\xi(t) - \xi(t_0)|.$

* $\xi(t) = \frac{1}{2} L \cdot i^2 + \frac{1}{2} C \cdot u_C^2.$ Avec $u_C = 4,36 \text{ V}$ et $u_R = 0V$ par suite $i = 0A$ alors $\xi(t) = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2.$

* $\xi(t_0) = \frac{1}{2} L \cdot i_0^2 + \frac{1}{2} C \cdot u_{C0}^2.$ Avec $u_{C0} = 9 \text{ V}$ et $u_{R0} = 0V$ par suite $i = 0A$ alors $\xi(t_0) = \frac{1}{2} C \cdot u_{C0}^2.$

$\xi_{\text{Dissipée}} = |\xi(t) - \xi(t_0)| = \left| \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 - \frac{1}{2} C \cdot u_{C0}^2 \right| = \frac{1}{2} C |u_C^2 - u_{C0}^2|$

.AN : $\xi_{\text{Dissipée}} = \frac{1}{2} 0,6 \cdot 10^{-6} |4,36^2 - 9^2| = 1,86 \cdot 10^{-5} \text{ J}.$

Exercice N°3:

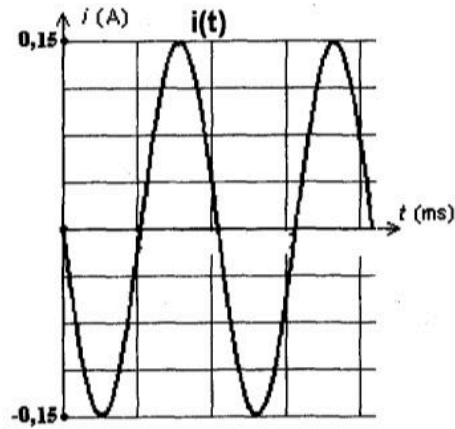
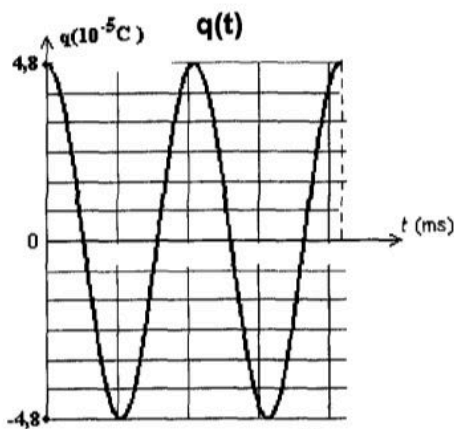
$$1^{\circ} T_0 = \frac{2\pi}{W_0}, \text{ AN : } T_0 = \frac{2\pi}{10^3 \pi} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

$$2^{\circ} T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} \quad \text{AN : } L = 0,05 \text{ H.}$$

$$3^{\circ} i(t) = \frac{dq}{dt} = I_m \sin(W_0 t + \varphi_i). \text{ Avec : } I_m = Q_m \cdot W_0 \quad \text{AN : } I_m = 0,15 \text{ A et } \varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2} = \pi \text{ rad}$$

d'où $i(t) = 0,15 \sin(10^3 \pi t + \pi)$ (A) et t(s).

4°/



5°/ Dans l'intervalle de temps $[0, \frac{T_0}{4}]$:

- la charge du condensateur varie de Q_m à 0.
- L'intensité du courant électrique varie de 0 à $-I_m$.

On dit qu'il y a décharge du condensateur et transformation totale de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en énergie magnétique emmagasinée dans la bobine.

* Dans l'intervalle de temps $[\frac{T_0}{4}, \frac{T_0}{2}]$:

- la charge du condensateur varie de 0 à $-Q_m$.
- L'intensité du courant électrique varie de $-I_m$ à 0.

On dit qu'il y a charge du condensateur avec inversion de polarité et transformation totale de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en énergie électrique emmagasinée dans le condensateur.

6°/ D'après la loi de maille : $u_L(t) + u_C(t) = 0$

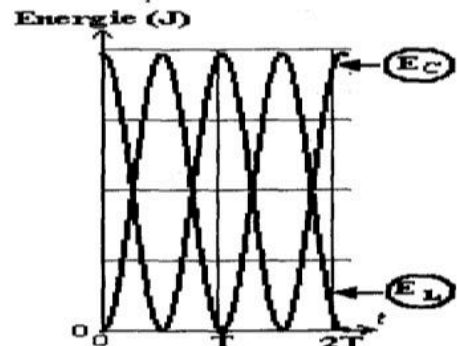
$$\text{Alors } u_L(t) = -u_C(t) = -\frac{q(t)}{C} = -\frac{Q_m}{C} \sin(W_0 t + \varphi_q) = \frac{Q_m}{C} \sin(W_0 t + \varphi_q + \pi)$$

$$\text{D'où } u_L(t) = 24 \sin(10^3 \pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V) et t(s).}$$

7°/

$$\text{a- } \xi_C = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{4} C u_{Cm}^2 [1 - \cos(2W_0 t + \pi)]$$

$$\text{b- } \xi_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{4} L I_m^2 [1 - \cos(2W_0 t)]. \quad T = \frac{T_0}{2}$$



Exercice N°4:

1°/a- $\xi = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$.

b- La courbe (a) représente E(t) car elle est constante au cours du temps puisque le circuit ne renferme pas de résistance et que les oscillations s'effectuent sans intervention d'un générateur.

c- E=Constante alors $\frac{d\xi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 \right) = i \left(L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right) = 0$ sachant que $i \neq 0$ alors $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

d'où $L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$: C'est l'équation différentielle.

2°/

a- $i(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_i)$. Avec $I_m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ A}$, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$; $T_0 = \pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{\pi \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$

à $t=0$; $i(t=0) = I_m \sin(\varphi_i) = 0$ et $i(t)$ est décroissante alors $\frac{di}{dt} < 0$ d'où $\cos \varphi_i < 0$ par suite $\varphi_i = \pi \text{ rad}$.

$i(t) = 4 \cdot 10^{-3} \sin(2 \cdot 10^3 t + \pi) \text{ (A) et t(s)}$.

b- $q(t) = \int i(t) dt = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$ telque $q_m = \frac{I_m}{\omega_0} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ et $\varphi_q = \varphi_i - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

$q(t) = 2 \cdot 10^{-6} \sin(2 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}) \text{ (C) et t(s)}$.

3°/ $\xi = 4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

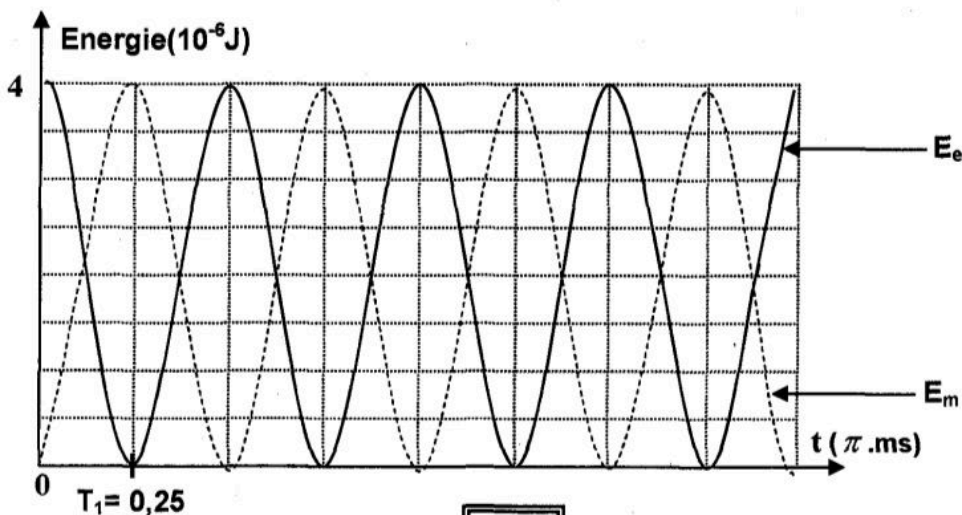
$\xi = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$ pour $i=0$ on a $q = \pm q_m$ d'où $\xi = \frac{q_m^2}{2C}$ alors $C = \frac{q_m^2}{2\xi}$ AN : $C = \frac{4 \cdot 10^{-12}}{2 \times 4 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ F}$.

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ alors $L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$. AN : $L = \frac{1}{5 \cdot 10^{-7} \times 4 \cdot 10^6} = 0,5 \text{ H}$.

4°/

a- A $t=0$; $i=0$ alors $\xi_m = \frac{1}{2}Li^2 = 0$ d'où $\xi_e = \xi - \xi_m = \xi$ par suite la courbe (b) représente $\xi_e(t)$.

b-



Exercice N°5:**Partie A :**

1°/ Le condensateur se charge rapidement à cause de l'absence d'une résistance dans le circuit.

$$E_0 = \frac{1}{2} C E^2. \text{ AN : } E_0 = \frac{1}{2} \times 9 \cdot 10^{-8} \times 4^2 = 7,2 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

2°/ a- La courbe (C₂) représente $u_R(t)$, car à $t=0$, on a $q = Q_{\max}$ alors $i=0$.

b- D'après la loi de maille, on a :

$$u_B(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + (r + R)i + \frac{q}{C} = 0. (1)$$

$$\text{or: } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C u_C(t)) = C \frac{du_C(t)}{dt}.$$

$$\text{On trouve alors : } LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + (r + R) \times C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0.$$

c- Etat d'oscillation : Les grandeurs qui caractérisent le circuit

($u_C(t)$, $u_R(t)$...) varie au cours du temps de

part et d'autre de leur valeur nulle.

Oscillations libres : les oscillations s'effectuent sans interventions d'un générateur.

Oscillations amorties : l'amplitude des oscillations diminue progressivement au cours du temps.

d-

$$\text{Graphiquement : } T = T_0 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}.$$

$$\text{AN : } L = \frac{(1,2 \cdot 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 9 \cdot 10^{-8}} = 0,4 \text{ H}.$$

$$3^\circ/\text{a- } E = E_m + E_C \text{ alors : } E = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2C} q^2$$

$$\text{Or } \frac{d\varepsilon}{dt} = i \left(L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right). \text{ d'après l'équation (1) : d'où } L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r)i \text{ alors } \frac{d\varepsilon}{dt} = -(R+r)i^2.$$

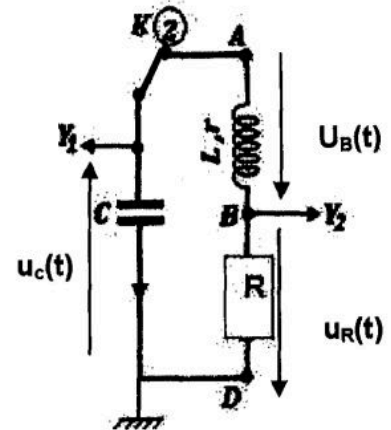
$$i \neq 0 \text{ et } (R+r) \neq 0 \text{ donc } \frac{d\varepsilon}{dt} \neq 0.$$

Le circuit oscillant ne conserve pas son énergie.

$$\text{b- à } t_1 = 2 \text{ ms, on a : } u_C = -1,2 \text{ V et } u_R(t) = 1,05 \text{ V alors } i = \frac{u_R}{R} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ A}.$$

$$\xi_C = \frac{1}{2} C u_C^2. \text{ AN: } \xi_C = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^{-8} \times 1,2^2 = 6,48 \cdot 10^{-8} \text{ J}.$$

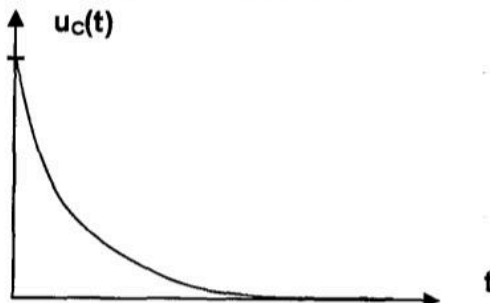
$$\xi_m = \frac{1}{2} L i^2 \text{ AN: } \xi_m = \frac{1}{2} \times 0,4 \times (1,05 \cdot 10^{-3})^2 = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ J alors } \xi_1 = \xi_C + \xi_m. \text{ AN: } \xi_1 = 2,85 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$



c- à $t=0$, $E_0 = 7,2 \cdot 10^{-7} J$.

$$E_{Thermique} = |E_1 - E_0|.AN : E_{Thermique} = (7,2 - 2,85) \cdot 10^{-7} = 4,35 \cdot 10^{-7} J$$

4°/ Il s'agit d'un régime apériodique.



Partie B :

1°/ courbe (C).

2°/ k est sur la position 2.

a- courbe -b-.

b- les oscillations sont libres non amorties.

c-

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} = E \cdot \frac{d^2}{dt^2} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{-E}{LC} \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right).$$

Alors

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C(t) = -\frac{E}{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{E}{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

donc $u_C(t) = E \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right)$ est une solution de l'équation différentielle.

$$d- q(t) = C \cdot u_C(t) = C \cdot E \cdot \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{C \cdot E}{\sqrt{LC}} \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{C \cdot E}{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \pi\right)$$

donc

$$i(t) = -E \sqrt{\frac{C}{L}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) = -I_m \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

avec

$$I_m = E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$AN : I_m = 4 \times \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-8}}{0,4}} = 1,9 \cdot 10^{-3} A.$$

3°/ $\frac{1}{2} \times L =$ Coefficient directeur de la droite $E_m = f(i^2)$.

$$\frac{1}{2} \times L = \frac{0,72 \cdot 10^{-6}}{3,6 \cdot 10^{-6}} = 0,2.$$

Alors, $L = 0,4 H$.