

EXERCICES

Exercice N°1:

Le circuit électrique de la figure -1- comporte les éléments suivants :

- * Un générateur basses fréquences (G.B.F) délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(\omega t)$ avec U_m est constante et ω réglable.
- * Un condensateur de capacité $C = 2,9 \mu\text{F}$.
- * Un résistor de résistance R .
- * Une bobine d'inductance L et de résistance propre négligeable.
- * Un voltmètre de très grande résistance branché aux bornes du dipôle (bobine, condensateur).

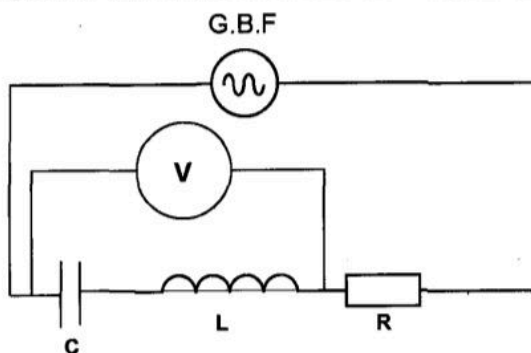


Figure-1-

I-/ Pour une pulsation $\omega = \omega_1 = 2.10^3 \text{ rad.s}^{-1}$, un oscilloscope bi-courbe convenablement branché, permet de visualiser la tension $u(t)$ sur la voie Y_1 et une tension $u_D(t)$ sur la voie Y_2 ($u_D(t)$ peut être soit $u_R(t)$ soit $u_C(t)$). Figure - 2-

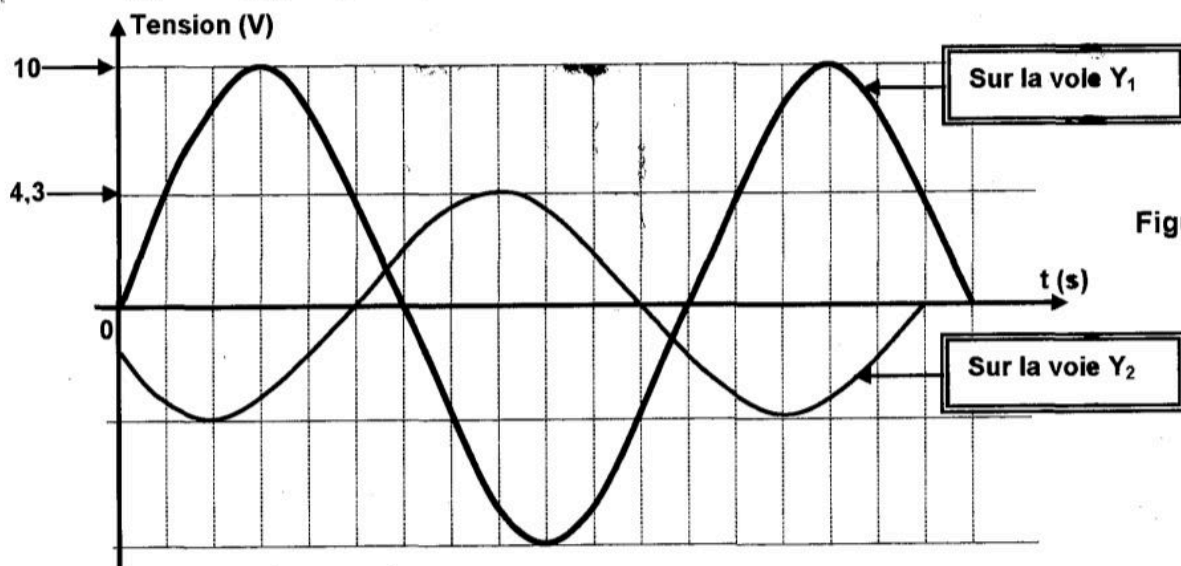


Figure - 2-

1°/ Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_{u_D}$.

2°/

a- Montrer que la tension électrique $u_D(t)$ ne peut pas être la tension électrique $u_R(t)$ aux bornes du résistor. Reproduire sur la figure -3- les branchements du circuit avec l'oscilloscope.

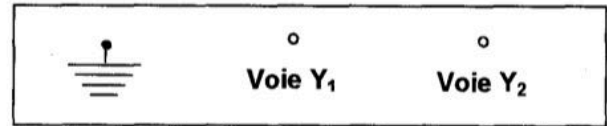
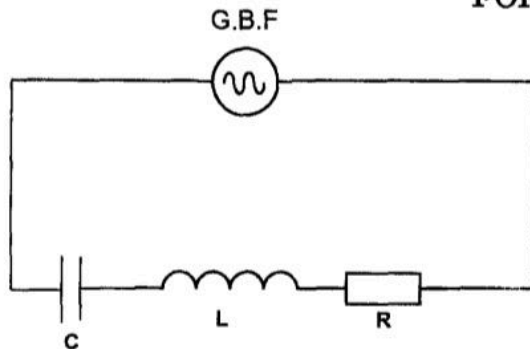
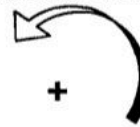


Figure-3-

- b- Déduire le déphasage $\Delta\varphi' = \varphi_u - \varphi_i$ et montrer que le circuit étudié est inductif.
c- Faire la construction de Fresnel relative aux tensions maximales à l'échelle de : 1V est représenté par 1cm.



O ————— $\varphi = 0$

- d- Déduire l'inductance L de la bobine et la résistance R du résistor.

II-/ On modifie la pulsation ω du G.B.F. Pour une pulsation $\omega = \omega_2$ le voltmètre indique une tension nulle. On prendra dans cette partie $L = 0,25H$ et $R=200\Omega$.

1°/ Montrer que l'oscillateur est en état de résonance d'intensité.

2°/

a- Quelle particularité présente les deux courbes de la figure -2-? Expliquer.

b- Déterminer dans ce cas la tension aux bornes du condensateur, u_c , en fonction du temps.

3°/ a- Définir puis calculer le coefficient Q de surtension.

b- Préciser s'il y a surtension ou non aux bornes du condensateur

Exercice N°2:

Le circuit de la **figure-1-** est constitué par un conducteur ohmique de résistance $R=75\Omega$, d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r, d'un condensateur de capacité C où on a branché à ses bornes un voltmètre et d'un milliampèremètre.

Ce circuit est alimenté par un générateur GBF délivrant une tension électrique alternative sinusoïdale : $u(t)=U_m \sin(2\pi Nt)$. L'amplitude U_m est constante et la fréquence N est réglable.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, un courant électrique d'intensité $i(t)=I_m \sin(2\pi Nt + \varphi_i)$ circule à travers ce circuit.

Un oscilloscope bi courbe connecté avec ce circuit permet de visualiser simultanément les tensions électriques $u(t)$ et $u_R(t)$ respectivement aux bornes du générateur et du conducteur ohmique.

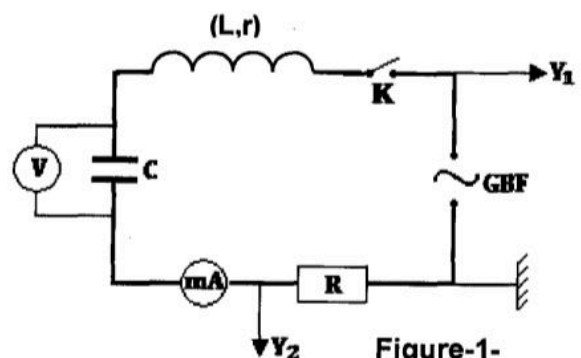
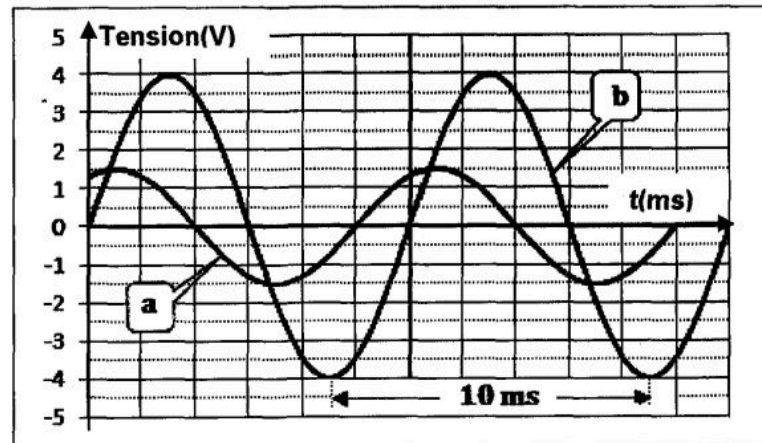


Figure-1-

1°/ Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

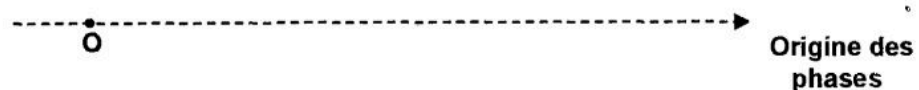
2°/ Pour une fréquence $N=N_1$, le voltmètre indique une tension efficace $U_{C1}=4,25\text{ V}$ et sur l'écran de l'oscilloscope on observe les deux courbes (a) et (b) de la figure-2-

Figure-2-



- a- Montrer que la courbe (a) représente $u_R(t)$. En déduire la valeur de l'intensité maximale I_m .
 b- Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$. Préciser en le justifiant s'il s'agit d'un circuit inductif, résistif ou capacitif.
 c- Déterminer la valeur de la fréquence N_1 et écrire l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.
- 3°/ a- Sur la figure -3-, faire la construction de Fresnel relative à cet état d'oscillation du circuit en utilisant l'échelle suivant : $1\text{V} \rightarrow 2\text{cm}$.

Figure -3-



- b- En déduire les valeurs de r , L et C .

4°/ En faisant varier la fréquence N du générateur, on constate que pour une fréquence $N=N_0$ l'intensité du courant passe par un maximum I_{m0} et que le voltmètre indique une tension efficace U_{C0} .

- a- De quel phénomène s'agit-il ?
 b- Déterminer les valeurs de I_{m0} et N_0 .
 c- En déduire l'indication du voltmètre U_{C0} .

Exercice N°3:

Le circuit électrique de la figure-1- comporte en série :

- Un résistor de résistance $R = 80\Omega$.
- Une bobine d'inductance L et de résistance r .
- Un condensateur de capacité $C = 16\mu\text{F}$.
- Un ampèremètre de résistance négligeable.
- Un générateur G de basse fréquence impose aux bornes de l'ensemble une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt + \varphi_u)$ de,
- un oscilloscope bicourbe à deux entrées Y_1 et Y_2

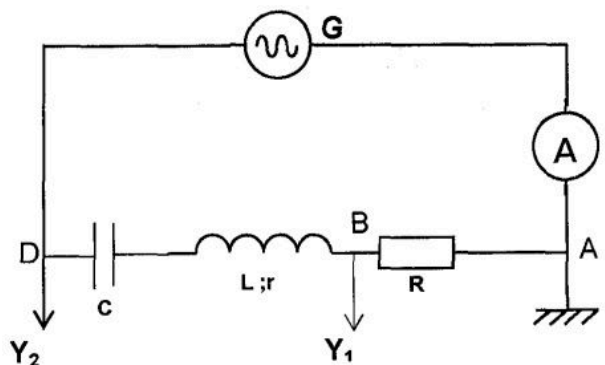


Figure-1-

fréquence N réglable et d'amplitude U_m constante.
Lorsqu'on ajuste la fréquence N à la valeur $N_1 = 50\text{Hz}$
permet de visualiser les oscillogrammes de la figure -2-.

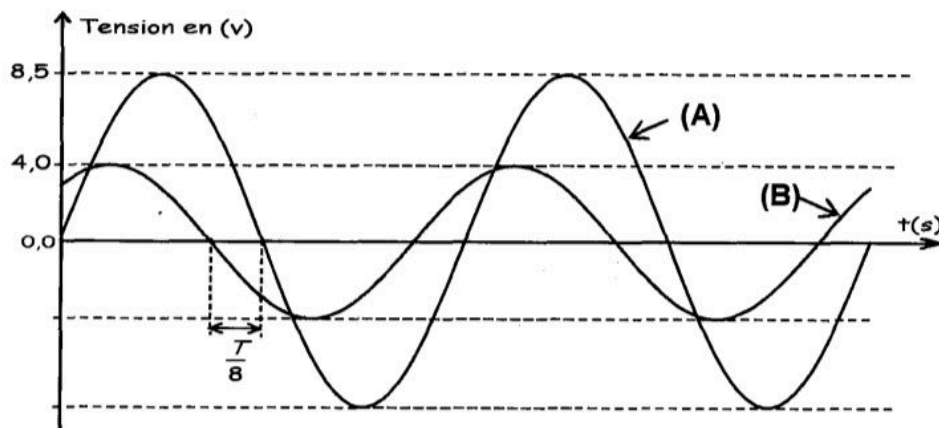


Figure-2-

1°/ En utilisant les oscillogrammes de la figure-2 :

- Montrer que l'oscillogramme (A) correspond à la tension $u(t)$.
- Quelle grandeur électrique, autre que la tension, peut être déterminée à partir de l'oscillogramme (B)?
- Déterminer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ de la tension $u(t)$ par rapport à $i(t)$.
Dédurre si le circuit est inductif, capacitif ou résistif.
- Préciser les valeurs U_m , U_{Rm} et I_m . Calculer U_{Cm} .

2°/ L'équation différentielle reliant $i(t)$, sa dérivée première $\frac{di}{dt}$ et sa primitive $\int i dt$ est :

$$L \frac{di}{dt} + (R+r) i(t) + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(2\pi N t + \varphi_u)$$

Cette équation différentielle admet comme solution $i(t) = I_m \sin(2\pi N t + \varphi_i)$

- Compléter la construction de Fresnel sur laquelle est représentée le vecteur qui correspond à la fonction sinusoidale $\frac{1}{C} \int i dt$:

Echelle : 1cm pour 1V.

- Dédurre les valeurs de L et r .

3°/ Lorsqu'on ajuste la fréquence N du générateur à la valeur N_2 différente de N_1 , on constate que : $U_{BA} = 2 \cdot U_{DB}$.

- Montrer que le circuit est en état de résonance d'intensité.
- Déterminer l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

U_{Cm}

CORRECTION

Exercice N°1:

$$1/1^o \left| \varphi_u - \varphi_{u_D} \right| = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t = \frac{2\pi}{T} \times \frac{5T}{12} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad.}$$

or $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_D(t)$, alors : $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_{u_D} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad.}$

2°/ a- $-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$ or $\varphi_u - \varphi_{u_D} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ donc $u_D(t)$ ne peut pas être la tension aux G.B.F. bornes du résistor c'est $u_C(t)$.

$$\text{b- } i(t) = C \frac{du_C}{dt} \text{ alors : } \varphi_i = \varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2} \text{ d'où}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u - \varphi_{u_C} - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

et puisque $\varphi_u - \varphi_i > 0$ alors le circuit est inductif.

$$\text{c- } L \frac{di(t)}{dt} + (R+r) i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t).$$

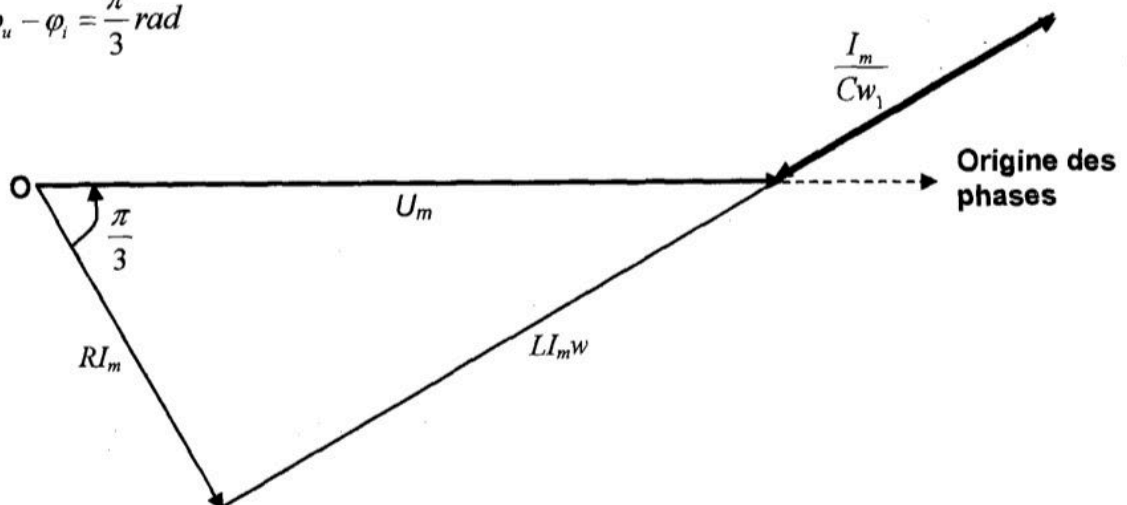
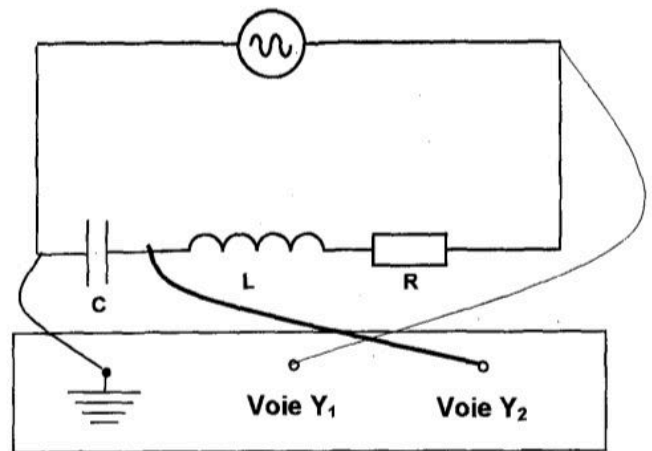
$$Ri(t) \text{ correspond à } \vec{V}_1 (RI_m; \varphi_i = \frac{\pi}{3} \text{ rad}) ;$$

$$L \frac{di(t)}{dt} \text{ correspond à } \vec{V}_2 (L\omega I_m; \varphi_i + \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{1}{C} \int i(t) dt \text{ correspond à } \vec{V}_3 \left(\frac{I_m}{C\omega} = U_{cm} = 4,3V; \varphi_i - \frac{\pi}{2} \right) \text{ alors } \vec{V}_3$$

correspond à 4,3 cm. $u(t)$ correspond à $\vec{V}$ ($U_m = 10V; \varphi_u = 0$) alors $\vec{V}$ correspond à 10 cm

$$\text{et } \Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$



$$I_m = U_{cm} \cdot C \cdot \omega \quad \text{AN : } I_m = 4,3 \times 2,9 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 10^3 = 0,025 \text{ A.}$$

$$L \cdot \omega \cdot I_m = 13 \text{ V} \text{ alors } L = \frac{13}{\omega \cdot I_m} \quad \text{AN : } L = \frac{13}{2 \cdot 10^3 \times 0,025} = 0,26 \text{ H.}$$

$$R I_m = 5 \text{ V} \text{ alors } R = \frac{5}{I_m} \quad \text{AN : } R = \frac{5}{0,025} = 200 \Omega.$$

II/

1°/ $Z_{(L,C)} = \frac{U}{I} = 0$ alors $L \cdot \omega_2 = \frac{1}{C \cdot \omega_2}$ d'où $\omega_2^2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2$ par suite $\omega_2 = \omega_0$ le circuit est alors en état de résonance d'intensité.

2°/

a- $\varphi_u - \varphi_i = 0$ et $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$ alors : $\varphi_i = \varphi_{u_c} + \frac{\pi}{2}$ d'où $\varphi_u - \varphi_{u_c} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ $u(t)$ est alors en quadrature avancée de phase par rapport à $u_c(t)$.

b- $u_c(t) = U_{cm} \sin(\omega_2 t + \varphi_c)$

$$\varphi_{u_c} = -\frac{\pi}{2} + \varphi_u \text{ alors } \varphi_{u_c} = -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \text{ puisque } \varphi_u = 0$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{AN : } \omega_2 = 1,17 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}. \quad I_m = \frac{U_m}{R} \quad \text{AN : } I_m = \frac{10}{200} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A.}$$

$$U_{cm} = \frac{I_m}{C \omega_2} \quad \text{AN : } U_{cm} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2,9 \cdot 10^{-6} \times 1,17 \cdot 10^3} = 14,73 \text{ V.} \quad u_c(t) = 14,73 \sin(1,17 \cdot 10^3 t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V) et t(s).}$$

3°/

a- Le coefficient de surtension, Q , est le quotient de la tension efficace aux bornes du condensateur par la tension efficace aux bornes du générateur.

$$Q = \frac{U_{cm}}{U_m} \quad \text{AN : } Q = \frac{14,73}{10} = 1,473 > 1.$$

b- Il s'agit d'un phénomène de surtension puisque $Q > 1$.

Exercice N°2:

1°/ La loi des mailles : $u_B(t) + u_R(t) + u_C(t) = u(t)$ alors $L \frac{di(t)}{dt} + r i(t) + R i(t) + \frac{q(t)}{C} = u(t)$ alors

$$L \frac{di(t)}{dt} + (R+r) i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t).$$

2°/ * On a $u(t) = U_m \sin(2 \pi N t)$, à $t=0$ s alors $u=0$ V = u (courbe (b)) alors la courbe (b) correspond à la tension $u(t)$ et la courbe (a) correspond à $u_R(t)$ ou bien

on a $U_m = Z I_m$, avec $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}$ et $U_{Rm} = Z_R I_m$, avec $Z_R = R$ alors $Z > Z_R$ par suite

$U_m > U_{Rm}$. Or $U_{\text{courbe (b) m}} > U_{\text{courbe (a) m}}$ alors la courbe (a) correspond à la tension $u_R(t)$.

$$\bullet \quad U_{Rm} = R \cdot I_m \text{ alors } I_m = \frac{U_{Rm}}{R} \quad \text{AN : } I_m = \frac{1,5}{75} = 0,02 \text{ A.}$$

b- $|\Delta\varphi| = |\varphi_u - \varphi_{u_R}| = |\varphi_u - \varphi_i| = \frac{2\pi}{T_1} \times \Delta t$. AN $|\Delta\varphi| = |\varphi_u - \varphi_i| = \frac{2\pi}{T_1} \times \frac{T_1}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$: or $u(t)$ est en

retard de phase par rapport à $u_R(t)$, alors : $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} < 0$ alors le circuit est capacitif.

c- * $N_1 = \frac{1}{T_1}$. Graphiquement $T_1 = 10^{-2} \text{ s}$. AN : $N_1 = 100 \text{ Hz}$.

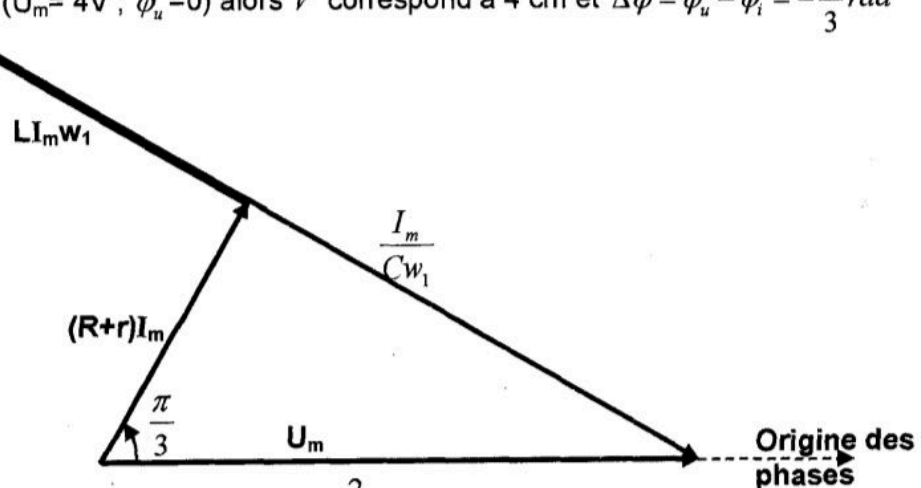
* $i(t) = I_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi_i)$. $I_m = 0,02 \text{ A}$, $\omega_1 = 200 \pi \text{ rad.s}^{-1}$ et $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ alors

$\varphi_i = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ d'où $i(t) = 0,02 \sin(200 \pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (A)}$.

3°/a- $(R+r)i(t)$ correspond à $\vec{V}_1 ((R+r)I_m; \varphi_i)$; $L \frac{di(t)}{dt}$ correspond à $\vec{V}_2 (LI_m \omega_1; \varphi_i + \frac{\pi}{2})$

$\frac{1}{C} \int i(t) dt$ correspond à $\vec{V}_3 (\frac{I_m}{C\omega_1} = U_{Cm} = 4,25\sqrt{2} = 6 \text{ V}; \varphi_i - \frac{\pi}{2})$ alors $\vec{V}_3$ correspond à 12 cm.

$u(t)$ correspond à $\vec{V}$ ($U_m = 4 \text{ V}; \varphi_u = 0$) alors $\vec{V}$ correspond à 4 cm et $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$



b- * Détermination de r : $(R+r)I_m = 2 \text{ V}$ d'où $r = \frac{2}{I_m} - R$. AN : $r = 25 \Omega$.

* Détermination de L : $LI_m \omega_1 = 2,5 \text{ V}$ d'où $L = \frac{2,5}{I_m \times \omega_1}$. AN : $L = 0,2 \text{ H}$.

* Détermination de C : $\frac{I_m}{C\omega_1} = 6 \text{ V}$ d'où $C = \frac{I_m}{6 \times \omega_1}$. AN : $C = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$.

4°/a- Puisque I_m est maximale, donc on a la résonance d'intensité.

b- * $Z = R+r = \frac{U_m}{I_{m0}}$ alors $I_{m0} = \frac{U_m}{R+r}$. AN : $I_{m0} = 0,04 \text{ A}$.

* $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. AN : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,2 \times 5,3 \cdot 10^{-6}}} = 154,58 \text{ Hz}$.

c- $U_{C0} = Z_C \cdot I_0 = Z_C \cdot \frac{I_{m0}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{C2\pi N_0} \cdot \frac{I_{m0}}{\sqrt{2}}$. AN : $U_{C0} = 5,49 \text{ V}$.

Exercice N°3:

1°/ a- on a $U_m = Z I_m$, avec $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}$ et $U_{Rm} = Z_R I_m$, avec $Z_R = R$ alors $Z > Z_R$ par suite

$U_m > U_{Rm}$. Or U_m courbe (A) $> U_m$ courbe (B) alors la courbe (A) correspond à la tension $u(t)$.

b- La grandeur électrique qu'on peut déterminer à partir de l'oscillogramme (B) est $i(t)$ puisque

$u_R(t) = R \cdot i(t)$ d'où $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$ et $R = \text{Constante} > 0$ alors $u_R(t)$ et $i(t)$ sont deux fonctions

sinusoïdales synchrones et en phase ($\varphi_{u_R} = \varphi_i$).

c- $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_{u_R} = \varphi_u - \varphi_i < 0$ puisque $u_R(t)$ est en avance de phase par rapport à $u(t)$ ($u_R(t)$ atteint

sa valeur maximale avant $u(t)$) par suite $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\omega \cdot \Delta t = -\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8} = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$.

Puisque $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{4} \text{ rad} < 0$ alors le circuit est capacitif.

d- $U_m = 8,5V$; $U_{Rm} = 4V$. $U_{Rm} = R \cdot I_m$ alors $I_m = \frac{U_{Rm}}{R} \text{ AN} : I_m = \frac{4}{80} = 0,05A$.

$U_{Cm} = \frac{I_m}{2\pi N_1 C} \text{ AN} : U_{Cm} = \frac{0,05}{100\pi \cdot 16 \cdot 10^{-6}}$ d'où $U_{Cm} = 9,947V \approx 9,95V$.

$$\begin{aligned} 2^\circ/a- \quad & L \frac{di}{dt} + (R+r) i(t) + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(2\pi N t + \varphi_u) \\ & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ & \vec{V}_2 \left(\begin{array}{c} L\omega_1 I_m \\ \varphi_i + \frac{\pi}{2} \end{array} \right) + \vec{V}_1 \left(\begin{array}{c} (R+r) I_m \\ \varphi_i \end{array} \right) + \vec{V}_3 \left(\begin{array}{c} U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega_1} = 9,95V \\ \varphi_i - \frac{\pi}{2} \end{array} \right) = \vec{V} \left(\begin{array}{c} U_m = 8,5V \\ \varphi_u \end{array} \right) \end{aligned}$$

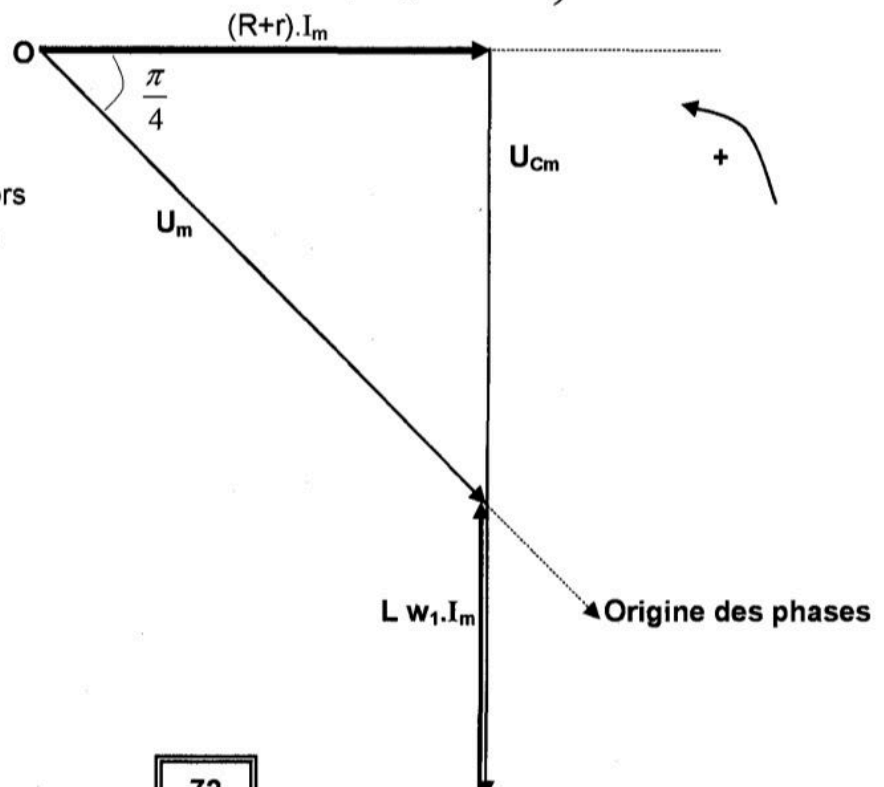
Avec : $\omega_1 = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$

$U(t=0) = U_m \sin(\varphi_u) = 0$ alors

$\varphi_u = 0$ ou $\varphi_u = \pi \text{ rad}$.

Puisque $u(t)$ est croissante à $t=0$ alors $\cos(\varphi_u) > 0$ donc $\varphi_u = 0$ et par suite

$\varphi_i = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$.



b- $(R+r) \cdot I_m = 6V$ alors $r = \frac{6}{I_m} - R$ AN: $r = \frac{6}{0,05} - 80 = 40\Omega$.

$L \omega_1 \cdot I_m = 3,9V$ alors $L = \frac{3,9}{\omega_1 I_m}$ AN: $L = \frac{3,9}{100\pi \cdot 0,05} = 0,248H \approx 0,25H$.

3°/

a- On a $U_{BA} = 2 U_{DB} \Rightarrow Z_{BA} I = 2 Z_{DB} I \Rightarrow Z_{BA} = 2 Z_{DB} \Rightarrow R = 2 \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2\right)^2} \Rightarrow$

$R^2 = 4 r^2 + 4\left(\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2\right)^2 \Rightarrow 4\left(\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2\right)^2 = R^2 - 4 r^2$. AN: $4\left(\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2\right)^2 = 80^2 - 4 \times 40^2 = 0 \Rightarrow$

$\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{C\omega_2} = L\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ d'où le circuit est en état de résonance d'intensité.

b- $i(t) = I_m \sin(\omega_2 t + \varphi_i)$. Avec $I_m = \frac{U_m}{R+r}$. AN: $I_m = \frac{8,5}{80+40} = 0,07A$, $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. AN:

$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{0,25 \times 16 \cdot 10^{-6}}} = 500 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ alors $\varphi_u = \varphi_i = 0$.

$i(t) = 0,07 \sin(500t) \text{ (A) } t(s)$.