

Exercice 1

- Déterminer tous les entiers naturels n tels que :
 - $n+2$ divise 8
 - $n+3$ divise $n+15$
 - $n+2$ divise $3n+12$
 - $n-1$ divise n^2+3n+2
- Soit $n \in \mathbb{N}$, $x = 5n+31$ et $y = 3n+12$. Montrer que si d divise x et d divise y alors d divise 33.
- Montrer que pour tout entier naturels n , $n(n+1)$ est divisible par 2.
- Montrer que si on retranche 1 du carré d'un entier naturel impair, on obtient un nombre divisible par 8.

Exercice 2

- On considère pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, le nombre $A = (n-1)(n^2+n+6)$
 - Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, A est divisible par 3.
 - Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A est divisible par n^2-1 .
 - Montrer que si un entier naturel d divise n^2+n+6 et divise n ou $n+1$ alors il divise aussi 6.
- Montrer que le nombre $6^4 - 36^6$ est divisible par 35.
- On pose $f(n) = n^3 + 11n$
 - Montrer que $f(0)$, $f(1)$ et $f(2)$ sont divisible par 6.
 - Montrer que si $f(n)$ est divisible par 6 alors $f(n+1)$ est aussi divisible par 6.
- Un entier naturel $n > 150$ admet pour reste 12 et pour quotient q dans la division euclidienne par 13, il admet pour reste r et pour quotient q dans la division euclidienne par 14. Déterminer les valeurs possibles de n .

Exercice 3

- Calculer le reste de la division euclidienne par 11 des nombres 361139 et 502248.
- Déterminer les chiffres x et y dans chacun des cas suivants :
 - 4367xy est divisible par 9 et 11
 - 783x2y est divisible par 3 et 25

Exercice 4

Soit $n = x1527y$ un entier à 6 chiffres.

Trouver n sachant que n est un multiple de 4 et que le reste de la division euclidienne de n par 11 est égal à 5.

Exercice 5

- Soit l'entier naturel $N = x191145y$, où a et b deux entiers naturels
 - Déterminer les valeurs de y pour que N soit divisible par 4.
 - Pour chaque valeur de y trouvée, chercher les valeurs de x pour que N soit divisible par 11.
- Soit p un entier naturel. Déterminer les valeurs de p pour que $\frac{35}{p+2}$ soit un entier naturel.
- Montrer que $4^{2n} + 4^{2n}$ est divisible par 17.
- On considère les nombres : $A = 2n+1$ et $B = 9n-4$ où $n \in \mathbb{N}$ et soit d un diviseur commun de A et de B . Montrer que $d \in \{1, 17\}$.

Exercice 6

- Soit l'entier naturel qui s'écrit sous forme $X = 68b5a$. Déterminer a et b pour que X soit divisible par 6 et 11.
- Soit n un entier naturel. Montrer que si le reste de la division euclidienne de n par 6 est égal à 1 alors (n^2+n+4) est divisible par 6.
- Soit n un entier naturel. On considère les entiers naturels $A = 3n+4$ et $B = 2n+1$
 - Calculer $2A - 3B$.
 - Montrer que si d divise A et B alors d divise 5.
 - En déduire les valeurs possibles de d .
 - Montrer que si le reste de la division euclidienne de n par 5 est égal à 2 alors A et B sont divisibles par 6.
- Montrer que pour tout entier naturel n l'entier naturel $n(n^2+1)$ est pair.

Exercice 1

1) a) $D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$

$$n+2 \text{ divise } 8 \Leftrightarrow (n+2) \in D_8$$

$$\Leftrightarrow n+2 = 1 \text{ ou } n+2 = 2 \text{ ou } n+2 = 4 \text{ ou } n+2 = 8$$

$$\Leftrightarrow n = -1 \text{ (à rejeter) ou } n = 0 \text{ ou } n = 2 \text{ ou } n = 6$$

donc $n \in \{0, 2, 6\}$

b) $(n+3)$ divise $(n+3)$ donc si $(n+3)$ divise $(n+15)$ alors $n+3$ divise $(n+15) - (n+3) = 12$

Or $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

donc $n+3 = 1$ ou $n+3 = 2$ ou $n+3 = 3$ ou $n+3 = 4$ ou $n+3 = 6$ ou $n+3 = 12$

donc $n = -2$ (à rejeter) ou $n = -1$ (à rejeter) ou $n = 0$ ou $n = 1$ ou $n = 3$ ou $n = 9$

n	0	1	3	9
$n+3$	3	4	6	12
$n+15$	15	16	18	24
$(n+3)$ divise $(n+15)$	Oui	Oui	Oui	Oui

donc $n \in \{0, 1, 3, 9\}$

c) $(n+2)$ divise $(n+2)$ donc si $(n+2)$ divise $(3n+12)$ alors $(n+2)$ divise $(3n+12) - 3(n+2) = 6$

Or $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$ donc $n+2 = 1$ ou $n+2 = 2$ ou $n+2 = 3$ ou $n+2 = 6$

donc $n = -1$ (à rejeter) ou $n = 0$ ou $n = 1$ ou $n = 4$

n	0	1	4
$n+2$	2	3	6
$3n+12$	12	21	30
$(n+2)$ divise $(3n+12)$	Oui	Oui	Oui

donc $n \in \{0, 1, 4\}$

d) $(n-1)$ divise $(n-1)$

donc si $(n-1)$ divise $n^2 + 3n + 2$ alors $(n-1)$ divise $n^2 + 3n + 2 - n(n-1) - 4(n-1) = 6$

et par suite $n-1 = 1$ ou $n-1 = 2$ ou $n-1 = 3$ ou $n-1 = 6$

donc $n = 2$ ou $n = 3$ ou $n = 4$ ou $n = 7$

n	2	3	4	7
$n-1$	1	2	3	6
$n^2 + 3n + 2$	12	20	30	72
$n-1$ divise $n^2 + 3n + 2$	Oui	Oui	Oui	Oui

donc $n \in \{2, 3, 4, 7\}$

2) Si d divise x et d divise y alors d divise $3x - 5y = 3(5n+31) - 5(3n+12) = 15n + 93 - 15n - 60 = 33$

3) Soit r le reste de la division euclidienne de n par 2 alors il existe un entier naturel q tel que $n = 2q + r$

→ Si $r = 0$ alors $n = 2q$ et par suite $n(n+1) = 2q(2q+1)$ est divisible par 2

→ Si $r = 1$ alors $n = 2q + 1$ et par suite $n(n+1) = (2q+1)(2q+2) = 2(2q+1)(q+1)$ est divisible par 2

Conclusion : $n(n+1)$ est divisible par 2 pour tout entier naturel n

4) Soit n un entier naturel impair alors il existe un entier q tel que $n = 2q + 1$

$$n^2 - 1 = (2q+1)^2 - 1 = 4q^2 + 4q + 1 - 1 = 4(q^2 + q) = 4q(q+1)$$

d'autre part, d'après 3), $q(q+1)$ est divisible par 2 donc il existe un entier k tel que $q(q+1) = 2k$

donc $n^2 - 1 = 4 \times 2k = 8k$ est divisible par 8

Exercice 2

1) a) Soit r le reste de la division euclidienne de n par 3 alors il existe un entier naturel q tel que $n = 3q + r$

→ Si $r = 0$ alors $n = 3q$ donc $A = (n-1)(n^2 + n + 6) = (3q-1)(9q^2 + 3q + 6) = 3(3q-1)(3q^2 + q + 2)$

et par suite A est divisible par 3

→ Si $r = 1$ alors $n = 3q + 1$ donc $A = (n-1)(n^2 + n + 6) = 3q(n^2 + n + 6)$ et par suite A est divisible par 3

→ Si $r = 2$ alors $n = 3q + 2$

$$\begin{aligned} \text{donc } A &= (n-1)(n^2 + n + 6) \\ &= (3q+1)((3q+2)^2 + 3q+8) \\ &= (3q+1)(9q^2 + 12q + 4 + 3q + 8) \\ &= (3q+1)(9q^2 + 15q + 12) \\ &= 3(3q+1)(3q^2 + 5q + 4) \end{aligned}$$

et par suite A est divisible par 3

Conclusion : A est divisible par 3 pour tout $n \in \mathbb{N}$

b) Si $n = 1$ alors $n^2 - 1 = 0$ et $A = 0$ donc A n'est pas divisible par $n^2 - 1$

Si $n \neq 1$ alors A est divisible par $n^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{A}{n^2 - 1}$ est un entier

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{(n-1)(n^2 + n + 6)}{n^2 - 1} &= \frac{\cancel{(n-1)}(n^2 + n + 6)}{\cancel{(n-1)}(n+1)} \text{ est un entier} \\ \Leftrightarrow (n+1) \text{ divise } (n^2 + n + 6) \\ \Leftrightarrow (n+1) \text{ divise } (n^2 + n + 6) - n(n+1) &= 6 \\ \Leftrightarrow n+1 = 1 \text{ ou } n+1 = 2 \text{ ou } n+1 = 3 \text{ ou } n+1 = 6 \\ \Leftrightarrow n = 0 \text{ ou } n = 1 \text{ (à rejeter) ou } n = 2 \text{ ou } n = 5 \end{aligned}$$

donc $n \in \{0, 2, 5\}$

c) Si un entier d divise n ou $n+1$ alors d divise $n(n+1) = n^2 + n$

Si de plus d divise $n^2 + n + 6$ alors d divise $n^2 + n + 6 - n(n+1) = 6$

2) $6^4 - 36^6 = (6^2)^7 - 36^6 = 36^7 - 36^6 = 36^6(36 - 1) = 36^6 \times 35$ donc $6^4 - 36^6$ est divisible par 35

3) a) $f(0) = 0$ est divisible par 6

$f(1) = 1 + 11 = 12$ est divisible par 6

$f(2) = 2^2 + 11 \times 2 = 8 + 22 = 30$ est divisible par 6

b) $f(n+1) = (n+1)^2 + 11(n+1) = n^2 + 3n^2 + 3n + 1 + 11n + 11 = n^2 + 11n + 3n^2 + 3n + 12 = f(n) + 3n(n+1) + 12$
 $n(n+1)$ est divisible par 2 donc $3n(n+1)$ est divisible par 6 et par suite $3n(n+1) + 12$ est divisible par 6
 donc Si $f(n)$ est divisible par 6 alors $f(n+1)$ est divisible par 6

4) n admet pour reste 12 et pour quotient q dans la division euclidienne par 13 signifie $n = 13q + 12$

n admet pour reste r et pour quotient q dans la division euclidienne par 14 signifie $n = 14q + r$

donc $n = 14q + r = 13q + (q + r) = 13q + 12$

donc $q + r = 12$

d'autre part r est le reste de la division euclidienne de n par 14 donc $r \in \{0, 1, \dots, 13\}$

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
q	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1
n	168	155	142	129	117	103	90	77	64	51	38	25	12	Impossible

donc $n \in \{12, 25, 38, 51, 64, 77, 90, 103, 117, 129, 142, 155, 168\}$

Exercice 3

1) $9 - 3 + 1 - 1 + 6 - 3 = 9$

Le reste de la division euclidienne de 9 par 11 est égal à 9 donc le reste de la division euclidienne de 361139 par 11 est 9

$8 - 4 + 2 - 2 + 0 - 5 = -1$ donc le reste de la division euclidienne de 502248 par 11 est $-1 + 11 = 10$

2) a) $4367xy$ est divisible par 9 $\Leftrightarrow 4 + 3 + 6 + 7 + x + y = 20 + x + y = 18 + (2 + x + y)$ est divisible par 9
 $\Leftrightarrow (2 + x + y)$ est divisible par 9

d'autre part $0 \leq x + y \leq 18$ donc $2 \leq 2 + x + y \leq 20$

de plus 9 et 18 sont les seuls multiples de 9 compris entre 2 et 20 donc $2 + x + y = 9$ ou $2 + x + y = 18$
 ou encore $x + y = 7$ ou $x + y = 16$

$4367xy$ est divisible par 11 $\Leftrightarrow y - x + 7 - 6 + 3 - 4 = y - x$ est divisible par 11

d'autre part $-9 \leq y - x \leq 9$ donc $(y - x)$ est divisible par 11 si et seulement si, $y - x = 0$ c'est-à-dire

$$y = x$$

$4367xy$ est divisible par 9 et par 11 $\Leftrightarrow 2x = 7$ (impossible) ou $2x = 16$

$$\Leftrightarrow x = y = 8$$

b) Si $783x2y$ est divisible par 25 alors $2y$ est divisible par 25 et par suite $y = 6$

$$783x2y \text{ est divisible par } 3 \Leftrightarrow 7+8+3+x+2+y = 20+x+y = 18+2+x+y \text{ est divisible par } 3$$

$$\Leftrightarrow 2+x+y \text{ est divisible par } 3$$

d'autre part $0 \leq x+y \leq 18$ donc $2 \leq 2+x+y \leq 20$

de plus 3, 6, 9, 12, 15 et 18 sont les seuls multiples de 3 compris entre 2 et 20

donc :

$$2+x+y = 3 \text{ ou } 2+x+y = 6 \text{ ou } 2+x+y = 9 \text{ ou } 2+x+y = 12 \text{ ou } 2+x+y = 15 \text{ ou } 2+x+y = 18$$

donc :

$$x = 1-y \text{ ou } x = 4-y \text{ ou } x = 7-y \text{ ou } x = 10-y \text{ ou } x = 13-y \text{ ou } x = 16-y$$

$783x2y$ est divisible par 3 et par 25 si, et seulement si,

$$x = -4 \text{ (à rejeter) ou } x = -1 \text{ (à rejeter) ou } x = 2 \text{ ou } x = 5 \text{ ou } x = 8 \text{ ou } x = 11 \text{ (à rejeter)}$$

$$\text{Conclusion : } \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

Exercice 4

$$x1527y \text{ est divisible par } 4 \Leftrightarrow 7y \text{ est divisible par } 4 \Leftrightarrow y = 2 \text{ ou } y = 6$$

➤ Si $y = 2$ alors $n = x15272$

Le reste de la division euclidienne de n par 11 est égale à 5 signifie $(n-5)$ est divisible par 11 c'est-à-dire $x15267$ est divisible par 11

$$\text{Soit } S_1 = 7+2+1 = 10 \text{ et } S_2 = 6+5+x = 11+x$$

$$S_1 - S_2 = -1 - x < 0$$

$$S_1 - S_2 + 11 = 10 - x = 0 \text{ donc } x = 10 \text{ ce qui est impossible car } x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ donc pour}$$

$$y = 2 \text{ il n'existe pas de } x$$

➤ Si $y = 6$ alors $n = x15276$

Le reste de la division euclidienne de n par 11 est égale à 5 signifie $(n-5)$ est divisible par 11 c'est-à-dire $x15271$ est divisible par 11

$$\text{Soit } S_1 = 1+2+1 = 4 \text{ et } S_2 = 7+5+x = 12+x$$

$$S_1 - S_2 = -8 - x < 0$$

$$S_1 - S_2 + 11 = 3 - x = 0 \text{ donc } x = 3$$

Conclusion : $n = 315276$

Exercice 5

$$1) \text{ a) } N \text{ est divisible par } 4 \Leftrightarrow 5y \text{ est divisible par } 4$$

$$\Leftrightarrow y = 2 \text{ ou } y = 6$$

b) Si $y = 2$ alors $N = x1911452$

$$2-5+4-1+1-9+1-x = -7-x$$

$$0 \leq x \leq 9 \text{ donc } -16 \leq -7-x \leq -7 \text{ et par suite } N \text{ est divisible par } 11 \text{ si, et seulement si, } -7-x = -11$$

$$\text{c'est-à-dire } \boxed{x = 4}$$

Si $y = 6$ alors $N = x1911456$

$$6-5+4-1+1-9+1-x = -3-x$$

$$0 \leq x \leq 9 \text{ donc } -12 \leq -3-x \leq -3 \text{ et par suite } N \text{ est divisible par } 11 \text{ si, et seulement si, } -3-x = -11$$

$$\text{c'est-à-dire } \boxed{x = 8}$$

$$2) \frac{35}{p+2} \text{ est un entier naturel } \Leftrightarrow p+2 \text{ divise } 35$$

$$\Leftrightarrow p+2 = 1 \text{ ou } p+2 = 5 \text{ ou } p+2 = 7 \text{ ou } p+2 = 35$$

$$\Leftrightarrow p = -1 \text{ (à rejeter) ou } p = 3 \text{ ou } p = 5 \text{ ou } p = 33$$

$$3) 4^{1977} + 4^{1977} = 4^{1977} \times 4^2 + 4^{1977} = (4^2 + 1) \times 4^{1977} = 17 \times 4^{1977} \text{ est divisible par } 17$$

$$4) d \text{ divise } A \text{ et divise } B \text{ donc } d \text{ divise } 9A - 2B = 9(2n+1) - 2(9n-4) = 17 \text{ et par suite } d \in D_{17} = \{1, 17\}$$

Exercice 6

$$1) X = 68b5a \text{ est divisible par } 5 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } a = 5$$

→ Si $a = 0$ alors $X = 68b50$

$$0-6+b-8+6 = b-7 \text{ donc } X \text{ est divisible par } 11 \text{ si, et seulement si, } b-7 = 0 \text{ c'est-à-dire } b = 7$$

→ Si $a = 5$ alors $X = 68b55$

$5 - 5 + b - 8 + 6 = b - 2$ donc X est divisible par 11 si, et seulement si, $b - 2 = 0$ c'est-à-dire $b = 2$

- 2) Si le reste de la division euclidienne de n par 6 est égal à 1 alors il existe un entier naturel q tel que $n = 6q + 1$

$$n^2 + n + 4 = (6q + 1)^2 + 6q + 1 + 4 = 36q^2 + 12q + 1 + 6q + 5 = 36q^2 + 18q + 6 = 6(6q^2 + 3q + 1)$$

donc $n^2 + n + 4$ est divisible par 6

- 3) a) $2A - 3B = 2(3n + 4) - 3(2n + 1) = 5$

b) Si d divise A et d divise B alors d divise $2A - 3B = 5$

c) Donc $d \in D_5 = \{1, 5\}$

- d) Si le reste de la division euclidienne de n par 5 est égal à 2 alors il existe un entier q tel que $n = 5q + 2$

$$A = 3(5q + 2) + 4 = 15q + 10 = 5(3q + 2) \text{ est divisible par 5}$$

$$B = 2(5q + 2) + 1 = 10q + 5 = 5(2q + 1) \text{ est divisible par 5}$$

- 4) Soit r le reste de la division euclidienne de n par 2 alors il existe un entier naturel q tel que $n = 2q + r$ avec $r \in \{0, 1\}$

→ Si $r = 0$ alors $n = 2q$ et par suite $n(n^2 + 1) = 2q(n^2 + 1)$ est divisible par 2 (pair)

→ Si $r = 1$ alors $n = 2q + 1$ et par suite $n(n^2 + 1) = n((2q + 1)^2 + 1) = n(4q^2 + 4q + 2) = 2n(2q^2 + 2q + 1)$ est divisible par 2 (pair)

SUITES ARITHMETIQUES 2^{ème} Sciences et Informatiques

Exercice 1

Soit (U_n) une suite arithmétique tel que : $U_4 = 11$ et $U_{22} = 47$

- 1) Calculer la raison r de la suite (U_n) .
- 2) Calculer U_0
- 3) Donner le terme général de la suite (U_n) .

Exercice 2

Soit (V_n) une suite arithmétique tel que : $V_7 = 22$ et $r = 3$; r étant la raison de la suite (V_n) .

- 1) Calculer V_0
- 2) Donner le terme général de la suite (V_n) .

Exercice 3

Soit (W_n) une suite arithmétique tel que : $W_{12} = 9$ et $W_{19} = 23$

- 1) Calculer la raison r de la suite (W_n) .
- 2) Calculer W_0
- 3) Exprimer W_n en fonction de n .
- 4) Calculer $S = W_5 + W_6 + W_7 + \dots + W_{22}$

Exercice 4

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 , U_2 et U_3
b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n}$
a) Calculer V_0 , V_1 et V_2 puis montrer que (V_n) est arithmétique
b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
- 3) Calculer $S = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$

Exercice 5

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{2n+3}{n+1}$

- 1) a) Calculer U_0 , U_1 et U_2
b) En déduire que suite (U_n) n'est pas arithmétique
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{2U_n+1}{U_n-2}$

- a) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme 7
- b) Donner le terme général de la suite (V_n)
- c) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- 3) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n = 2 + \frac{5}{U_n - 2}$
- b) Calculer $S'_n = \frac{5}{U_0 - 2} + \frac{5}{U_1 - 2} + \frac{5}{U_2 - 2} + \dots + \frac{5}{U_n - 2}$

Exercice 6

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{9-2U_n}{4-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
- b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n - 3}$
- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $V_n = 1 - \frac{1}{3 - U_n}$
- b) Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ V_{n+1} en fonction de U_n
- c) Montrer alors que (V_n) est arithmétique de raison -1 préciser son premier terme.
- 3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
- 4) a) Calculer $S_n = V_2 + V_3 + \dots + V_{15}$
- b) Calculer $S'_n = \frac{1}{3-U_0} + \frac{1}{3-U_1} + \frac{1}{3-U_2} + \dots + \frac{1}{3-U_n}$

Exercice 7

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_1 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{nU_n + 4}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

- 1) a) Calculer U_2 , U_3 et U_4
- b) En déduire que suite (U_n) n'est pas arithmétique
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = nU_n$
- a) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique préciser sa raison et son premier terme
- b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 8

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{9}{6-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
- b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$

- a) Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ V_{n+1} en fonction de U_n
 - b) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique.
- 3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 9

- 1) Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{1-2U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- a) Calculer U_1 et U_2
 - b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{1}{U_n}$
- a) Calculer V_0
 - b) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique et donner sa raison.
 - c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) Calculer $S = V_8 + V_9 + V_{10} + \dots + V_{32}$

Exercice 10

- 1) a) Montrer que les nombres 13 , 16 et 19, pris dans cet ordre, sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique U .
- b) Déterminer la raison r de la suite U .
 - c) Sachant que $U_3 = 13$, calculer le premier terme U_0 de la suite U .
- 2) a) Donner le terme général de la suite U .
- b) Calculer U_5 , U_9 et U_{21}
 - c) Calculer $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{200}$ et $S_2 = U_{13} + U_{14} + U_{15} + \dots + U_{50}$
- 3) a) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_n = 193$.
- b) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 531$.

Exercice 11

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{3U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
- b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{2U_n+1}{U_n}$
- a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

Exercice 12

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = 2n^2 + 2n$

- a) Calculer U_0 ; U_1 et U_2
 - b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n}{n+1} + 3$
- b) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison 2.
 - c) Calculer V_n en fonction de n
- 3) Soit $S = V_3 + V_4 + V_5 + \dots + V_{20}$ et $S' = 7 + \dots + 97 + 99$
- a) Calculer S
 - b) Montrer S' est la somme des termes consécutifs de la suite (V_n) et calculer S'

Exercice 13

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n - 4}{U_n - 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
 - b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 2}$
- a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique.
 - b) Calculer V_n en fonction de n déduire le terme général de la suite (U_n) .
- 3) Calculer $S = V_0 + V_4 + V_5 + \dots + V_n$ en déduire en déduire $S' = V_0 + V_4 + \dots + V_{25}$

Exercice 14

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
 - b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 4) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{3U_n - 2}{U_n - 1}$
- a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique préciser son premier terme et sa raison.
 - b) Exprimer V_n en fonction de n et en déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n = \frac{n+2}{n+1}$
- 5) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- 6) Soit la suite (W_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $W_n = \frac{1}{U_n - 1}$
- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $W_n + 3 = V_n$
 - b) Calculer $S' = \frac{1}{U_0 - 1} + \frac{1}{U_1 - 1} + \frac{1}{U_2 - 1} + \dots + \frac{1}{U_n - 1}$