

Exercice 1

Soit ABCD un parallélogramme, I le barycentre de (A, -2) et (B, 5) et J le barycentre de (C, 1) et (D, 2)

- 1) Construire I et J
- 2) Pour tout point M du plan, exprimer :
 - a) $-2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB}$ en fonction de $\overrightarrow{MI}$
 - b) $\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}$ en fonction de $\overrightarrow{MJ}$
- 3) a) Quel est l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M tels que $\|-2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}\|$
- b) Démontrer que le milieu de [BC] appartient à $\mathcal{E}$

Exercice 2

Soit ABC un triangle et soit I et J les points définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AB}$

On note G le symétrique de B par rapport à I

- 1) Faire une figure et placer les points I et J
- 2) a) Exprimer $\overrightarrow{GB}$ en fonction de $\overrightarrow{GA}$ et $\overrightarrow{AC}$
- b) En déduire que G est le barycentre de (A, 2), (B, -3) et (C, 4)
- 3) Montrer que les points G, C et J sont alignés. (On pourra Exprimer J comme barycentre de A et B)

Exercice 3

Soit ABCD un parallélogramme de centre O. On désigne par E le barycentre des points pondérés (A, 4), (B, -1)

et par F le point défini par $4\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{FB} = \vec{0}$

- 1) a) Construire E par la méthode des parallèles.
- b) Construire F et montrer que (EF) // (AC)
- 2) Soit le point G définie par $4\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$
 - a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (O, 4) et (B, -1)
 - b) Montrer que G est le milieu de [EF]
- 3) Montrer que D est le barycentre des points B et G affectés des coefficients que les on déterminera.
- 4) Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tel que $\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\|$

Exercice 4

Soit A, B et C trois points du plan, I le milieu de [AB] et D le point du plan tel que $2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

- 1) a) Montrer que le point D est le barycentre des points pondérés (I, 4) et (C, -1)
- b) Construire D
- 2) Soit J le barycentre des points (A, 2) et (C, -1)
 - a) Construire J
 - b) Montrer que D est le barycentre des points J et B affectes des coefficients que l'on précisera.
- 3) On donne le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$
 - a) Montrer que E est le barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera.
 - b) Déterminer et construire l'ensemble des points M tel que $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$

Exercice 5

On considère un triangle ABC et I le milieu de [BC]

- 1) Construire le point E barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, 1)
- 2) Soit G le point du plan vérifiant $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
 - a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (E, 3) et (C, 1)
 - b) Construire le point G
- 3) Soit le point F vérifiant $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
 - a) Montrer que F est le barycentre de (A, 2) et (C, 1)
 - b) Montrer que G, F et B sont alignés.
 - c) En déduire une construction de F
- 4) Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan vérifiant $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$

Exercice 6

On considère un triangle ABC et E le barycentre des points pondérés (A,3) et (B,-4).

Soit I et J les milieux respectives de [AB] et [AC]

- 1) Exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ puis construire le point E
- 2) Soit G le barycentre des points pondérés (A,3), (B,-4) et (C,7)
 - a) Montrer que G est le barycentre des points E et C affectés de coefficients qu'on déterminera.
 - b) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (I,-4) et (J,7)
- 3) Soit F le point défini par $-3\overrightarrow{FB} + 6\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CB}$
 - a) Montrer que F est le barycentre des points pondérés (B,-4) et (C,7)
 - b) Montrer que G est le milieu de segment [AF]
- 4) a) Montrer que les droites (AF), (CE) et (IJ) sont concourantes.
 b) En déduire une construction des points G et F
- 5) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M du plan tels que $\|3\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 7\overrightarrow{MC}\| = 6\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$

Exercice 7

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire le point D barycentre de (A,1), (B,2), le point E barycentre de (A,1), (C,3) et le point F barycentre de (B,2) et (C,-3)
- 2) Soit M est un point quelconque du plan.
 - a) Simplifier $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC}$ et $2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$
 - b) En déduire que $4\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MF} = \vec{0}$
- 3) Montrer que les points D, E et F sont alignés.

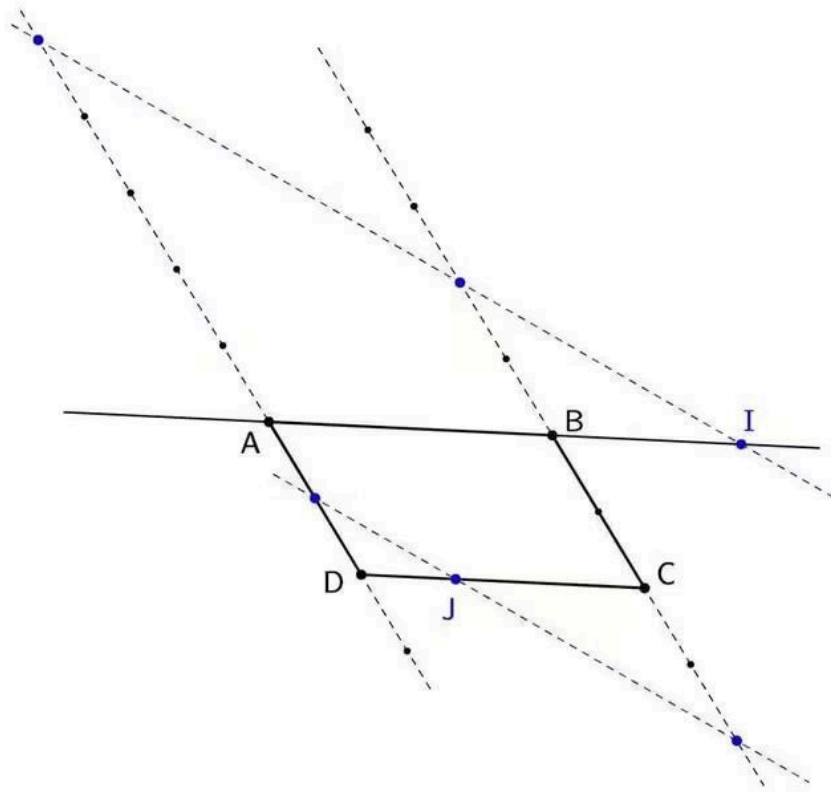
Exercice 8

Soit ABC un triangle et I le milieu de [AC]

- 1) Soit G le point vérifiant la relation $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
 - a) Montrer que G le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,-3)
 - b) Construire le point G
- 2) Soit le point H définie par $\overrightarrow{HA} - 3\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$
 - a) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (I,2) et (B,-3)
 - b) Montrer que H, G et C sont alignés
 - c) En déduire une construction du point H
- 3) Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = 4$
- 4) Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\|2\overrightarrow{MI} - 3\overrightarrow{MB}\| = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$

Exercice 1

1)



2) a) $-2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MI}$

b) $\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MJ}$

3) $\| -2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} \| = \| \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD} \| \Leftrightarrow \| 3\overrightarrow{MI} \| = \| 3\overrightarrow{MJ} \| \Leftrightarrow 3MI = 3MJ \Leftrightarrow MI = MJ$ donc l'ensemble $\mathcal{L}$ est la médiatrice du segment $[IJ]$

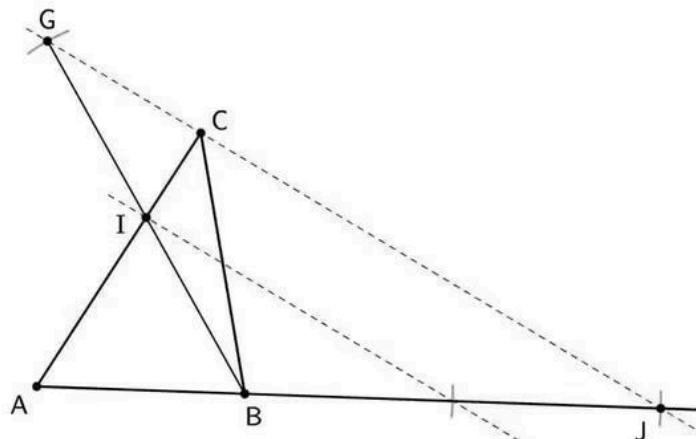
4) $-2\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} = \frac{-2}{-2+5} \overrightarrow{BA} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{JC} + 2\overrightarrow{JD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CJ} = \frac{2}{1+2} \overrightarrow{CD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{JC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BI}$ et par suite BICJ est un

parallélogramme donc $[IJ]$ et $[BC]$ se coupe en leur milieu et par conséquent le milieu de $[BC]$ appartient à $\mathcal{L}$

Exercice 2

1)



$$2) \text{ a) } \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GI} = 2(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AI}) = 2\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{GA} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GA} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GB} = 6\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow -3\overrightarrow{GB} + 6\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -3\overrightarrow{GB} + 6\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{AG} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -3\overrightarrow{GB} + 6\overrightarrow{GA} - 4\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow G \text{ est le barycentre des points pondérés } (A, 2), (B, -3) \text{ et } (C, 4)$$

$$3) \overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AJ} + 3\overrightarrow{JB}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AJ} + 3\overrightarrow{JB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JB} = \vec{0}$$

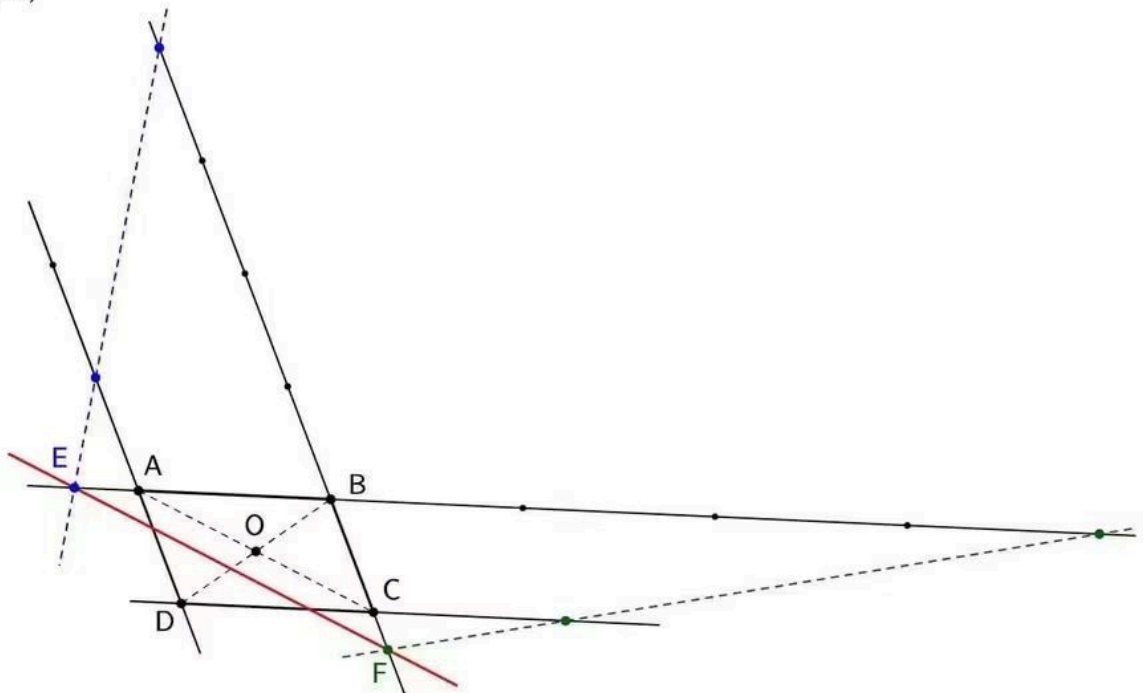
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow J \text{ est le barycentre des points pondérés } (A, 2) \text{ et } (B, -3)$$

G est le barycentre des points pondérés (A, 2), (B, -3) et (C, 4) donc G est le barycentre des points pondérés (J, -1) et (C, 4) et par suite G, J et C sont alignés.

Exercice 3

1) a)



$$\text{b) } 4\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{FB} = \vec{0} \text{ signifie que F est le barycentre des points pondérés } (B, -1) \text{ et } (C, 4) \text{ donc } \overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\text{E le barycentre des points pondérés } (A, 4), (B, -1) \text{ donc } \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \text{ et par suite } \overrightarrow{EF} \text{ et } \overrightarrow{AC} \text{ sont colinéaires c'est-à-dire } (EF) \parallel (AC)$$

$$2) \text{ a) } O \text{ est le milieu de } [AC] \text{ donc } O \text{ est le barycentre des points pondérés } (A, 1) \text{ et } (C, 1)$$

$$\text{donc } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GO}$$

$$4\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) - 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 8\overrightarrow{GO} - 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GO} - \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow G$ est le barycentre des points pondérés $(O, 4)$ et $(B, -1)$

b) E le barycentre des points pondérés $(A, 4)$, $(B, -1)$ donc $4\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{GE}$

F est le barycentre des points pondérés $(B, -1)$ et $(C, 4)$ donc $4\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{GF}$

$$4\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GE} + 3\overrightarrow{GF} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow G$ est le milieu de $[EF]$

3) O est le milieu de $[BD]$ donc O est le barycentre des points pondérés $(B, 1)$ et $(D, 1)$

et par suite $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GO}$

$$\text{d'autre part } 4\overrightarrow{GO} - \overrightarrow{GB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD}) - \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DB} - 3\overrightarrow{DG} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow D$ est le barycentre des points pondérés $(B, 1)$ et $(G, -3)$

4) E le barycentre des points pondérés $(A, 4)$, $(B, -1)$ donc pour tout point M du plan $4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{ME}$

O est le milieu de $[BD]$ donc pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MO}$

$$\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\| \Leftrightarrow \|3\overrightarrow{ME}\| = \frac{3}{2}\|2\overrightarrow{MO}\|$$

$$\Leftrightarrow 3ME = 3MO$$

$$\Leftrightarrow ME = MO$$

$\Leftrightarrow M$ appartient à la médiatrice du segment $[OE]$

Δ est la médiatrice du segment $[OE]$

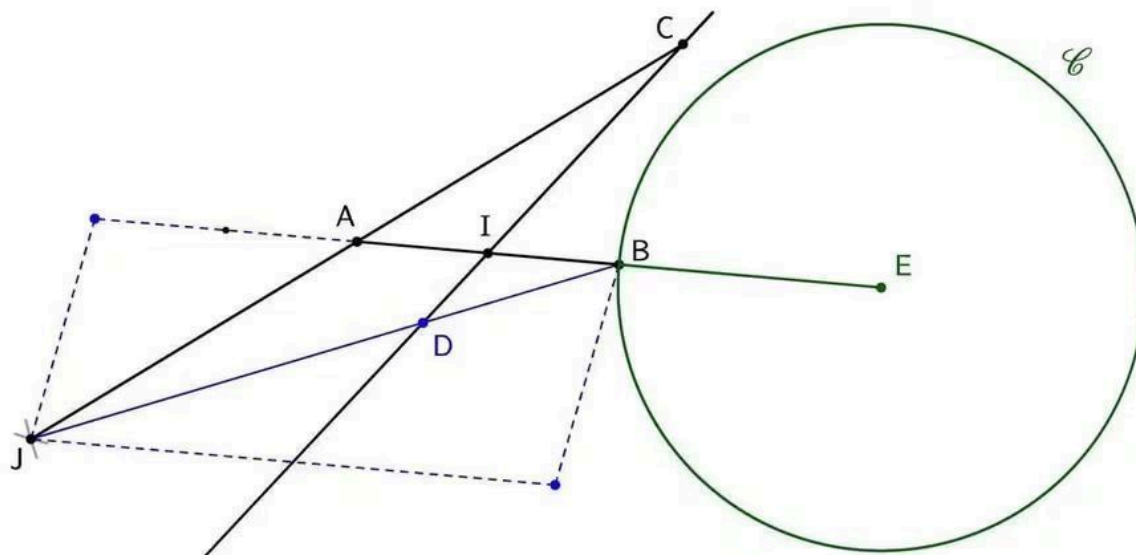
Exercice 4

1) a) I est le milieu de $[AB]$ donc I est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, 2)$

$2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ donc D est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -1)$ et par suite

D est le barycentre des points pondérés $(I, 4)$ et $(C, -1)$

b)



2) a) J est le barycentre des points $(A, 2)$ et $(C, -1)$ donc $\overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AC}$

b) $\rightarrow J$ est le barycentre des points $(A, 2)$ et $(C, -1)$

$\rightarrow D$ est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 2)$ et $(C, -1)$

donc D est le barycentre des points pondérés $(J, 1)$ et $(B, 2)$

3) a) $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{BE} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow E$ est le barycentre des points pondérés $(A, -1)$ et $(B, 2)$

b) E est le barycentre des points pondérés $(A, -1)$ et $(B, 2)$ donc $2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{ME}$ pour tout point M du plan

$$\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| \Leftrightarrow \|\overrightarrow{ME}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM}\|$$

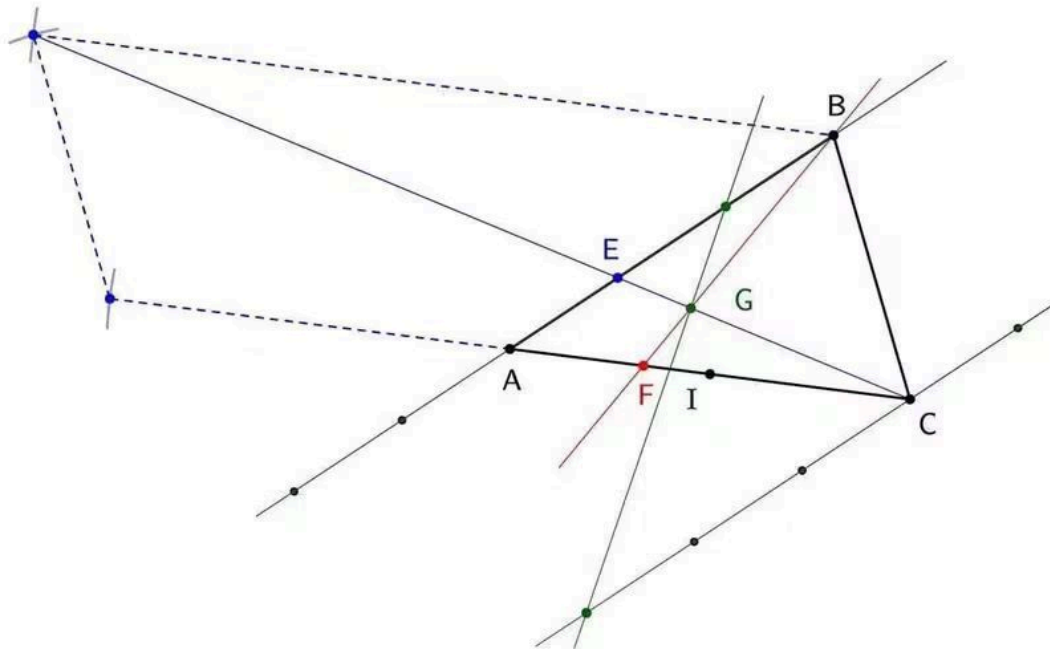
$$\Leftrightarrow ME = \|\overrightarrow{BA}\|$$

$$\Leftrightarrow ME = AB$$

$\Leftrightarrow M$ appartient au cercle $\mathcal{C}$ de centre E et de rayon AB

Exercice 5

1)



2) a) E est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, 1)$ alors $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{GE}$

$$2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow G$ est le barycentre des points pondérés $(E, 3)$ et $(C, 1)$

3) a) $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC} - 3\overrightarrow{AF} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{FC} - 2\overrightarrow{AF} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{FC} + 2\overrightarrow{FA} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow F$ est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(C, 1)$

b) F est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(C, 1)$ donc $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{GF}$

$$2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$\Leftrightarrow G$ est le barycentre des points $(F, 3)$ et $(B, 1)$

donc G , F et B sont alignés.

c) F est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(C, 1)$ donc $F \in (AC)$

d'autre part G , B et F sont alignés donc F est l'intersection des droites (AC) et (BG)

4) $\rightarrow 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ donc G est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 1)$ et $(C, 1)$ et par suite

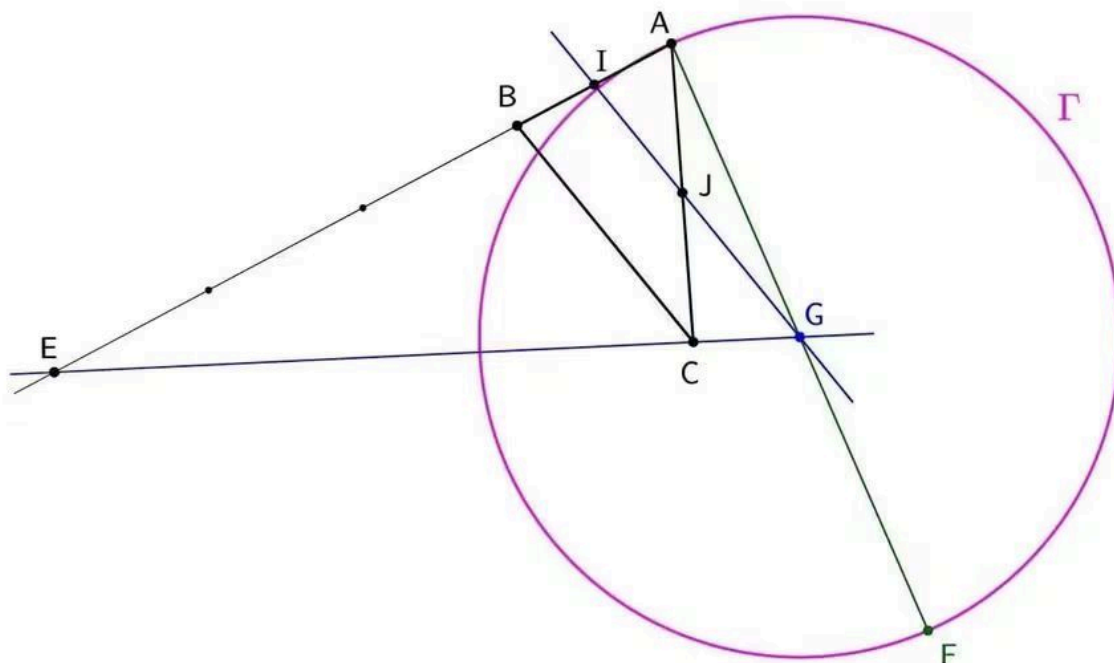
$$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG} \text{ pour tout point } M \text{ du plan.}$$

→ I est le milieu de [BC] donc $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$ pour tout point M du plan.

$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| \Leftrightarrow \|4\overrightarrow{MG}\| = 2\|2\overrightarrow{MI}\| \Leftrightarrow 4MG = 4MI \Leftrightarrow MG = MI$ donc Γ est la médiatrice du segment [GI]

Exercice 6

1) E le barycentre des points pondérés (A,3) et (B,-4) donc $\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AB}$



2) a) → E est le barycentre des points pondérés (A,3) et (B,-4)

→ G est le barycentre des points pondérés (A,3), (B,-4) et (C,7) donc G est le barycentre des points pondérés (E,-1) et (C,7)

b) I est le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GI}$

J est le milieu de [AC] donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GJ}$

G est le barycentre des points pondérés (A,3), (B,-4) et (C,7) $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} - 4\overrightarrow{GB} + 7\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow -4\overrightarrow{GA} - 4\overrightarrow{GB} + 7\overrightarrow{GA} + 7\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -4(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + 7(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -8\overrightarrow{AI} + 14\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -4\overrightarrow{AI} + 7\overrightarrow{GJ} = \vec{0}$$

donc G est le barycentre des points pondérés (I,-4) et (J,7)

3) a) $-3\overrightarrow{FB} + 6\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow -3\overrightarrow{FB} + 6\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FB}$

$$\Leftrightarrow -4\overrightarrow{FB} + 6\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{CF} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -4\overrightarrow{FB} + 6\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -4\overrightarrow{FB} + 7\overrightarrow{FC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow F \text{ est le barycentre des points pondérés } (B,-4) \text{ et } (C,7)$$

b) F est le barycentre des points pondérés (B,-4) et (C,7) donc $-4\overrightarrow{GB} + 7\overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{GF}$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GA} + \frac{1}{3}(-4\overrightarrow{GB} + 7\overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GA} - \frac{4}{3}\overrightarrow{GB} + \frac{7}{3}\overrightarrow{GC} = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{GA} - 4\overrightarrow{GB} + 7\overrightarrow{GC}) = \frac{1}{3}\vec{0} = \vec{0}$$

donc G est le milieu du segment [AF]

4) a) → G est le barycentre des points pondérés (I,-4) et (J,7) donc $G \in (IJ)$

→ G est le barycentre des points pondérés (E,-1) et (C,7) donc $G \in (EC)$

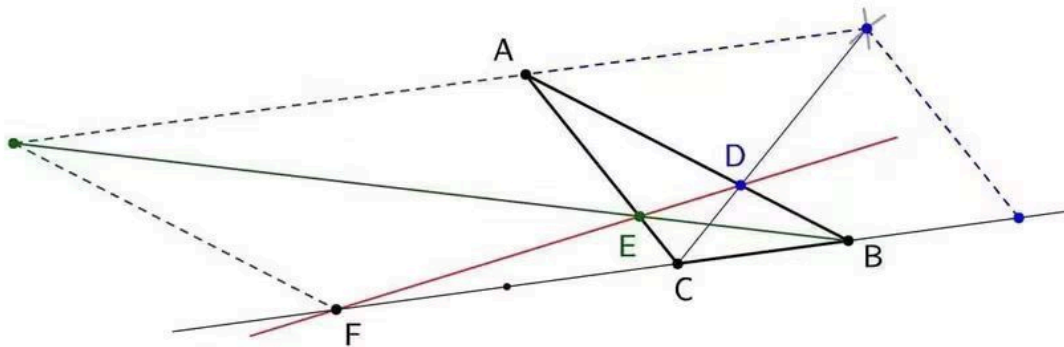
→ G est le milieu de [AF] donc $G \in (AF)$

donc les droites (IJ), (AF) et (EC) sont concourantes en G.

- b) G est le point d'intersection des droites (IJ) et (CE)
F est le symétrique de A par rapport à G
- 5) G est le barycentre des points pondérés (A,3), (B,-4) et (C,7) donc $3\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 7\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}$ pour tout point M du plan
- $$\|3\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 7\overrightarrow{MC}\| = 6\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\| \Leftrightarrow \|6\overrightarrow{MG}\| = 6\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CM}\|$$
- $$\Leftrightarrow 6MG = 6\|\overrightarrow{CA}\|$$
- $$\Leftrightarrow MG = AC$$
- donc Γ est le cercle de centre G et de rayon AC

Exercice 7

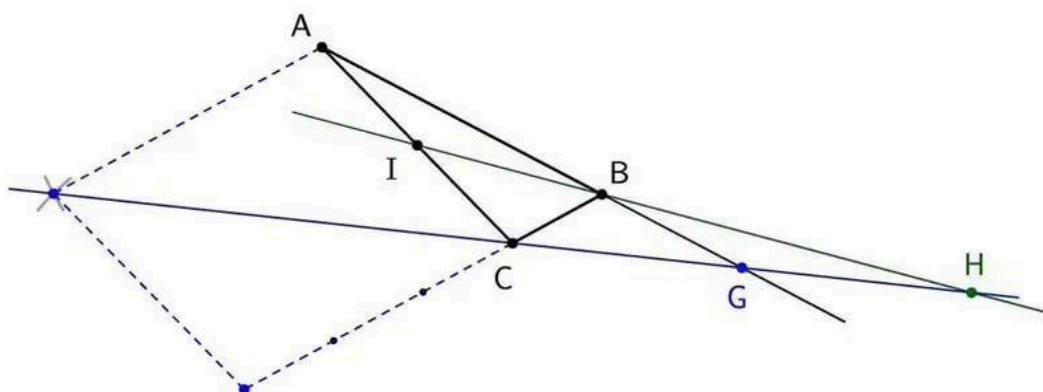
- 1) F est le barycentre des points pondérés (B,2) et (C,-3) donc $\overrightarrow{BF} = 3\overrightarrow{BC}$



- 2) a) Soit M un point quelconque du plan
- D est le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,2) donc $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MD}$
 - E est le barycentre des points pondérés (A,1) et (C,3) donc $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{ME}$
 - F est le barycentre des points pondérés (B,2) et (C,-3) donc $2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = -\overrightarrow{MF}$
- b) $4\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC} - (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$
- $$= \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$$
- $$= \vec{0}$$
- 3) $4\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{ME} - 3(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{ED}) - (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EF}) = \vec{0}$
- $$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$$
- $$\Leftrightarrow -3\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$$
- $$\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{ED}$$
- $$\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} \text{ et } \overrightarrow{ED} \text{ sont colinéaires}$$
- $$\Leftrightarrow E, F \text{ et } D \text{ sont alignés.}$$

Exercice 8

- 1) a) $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AB}$
- $$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{GB}$$
- $$\Leftrightarrow -\overrightarrow{AG} - 3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$
- $$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$
- donc G est le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,-3)
- b)



- 2) a) I est le milieu de $[AC]$ donc I est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(C, 1)$
 $\overrightarrow{HA} - 3\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ donc H est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(C, 1)$ et $(B, -3)$ et par suite H est le barycentre des points pondérés $(I, 2)$ et $(B, -3)$
- b) G est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, -3)$
H est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, -3)$ et $(C, 1)$ donc H est le barycentre des points pondérés $(G, -2)$ et $(C, 1)$ et par suite H, G et C sont alignés.
- c) H est le barycentre des points pondérés $(I, 2)$ et $(B, -3)$ donc $H \in (BI)$
d'autre part $H \in (CG)$ donc H est le point d'intersection des droites (BI) et (CG)
- 3) G est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, -3)$ donc $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MG}$ pour tout point M du plan
 $\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = 4 \Leftrightarrow \|-2\overrightarrow{MG}\| = 4 \Leftrightarrow 2MG = 4 \Leftrightarrow MG = 2$
donc l'ensemble des points M du plan tel que $\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = 4$ est le cercle de centre G et de rayon 2
- 4) H est le barycentre des points pondérés $(I, 2)$ et $(B, -3)$ donc $2\overrightarrow{MI} - 3\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MH}$
 $\|2\overrightarrow{MI} - 3\overrightarrow{MB}\| = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| \Leftrightarrow \|\overrightarrow{MH}\| = \frac{1}{2}\|-2\overrightarrow{MG}\| \Leftrightarrow MH = MG$
L'ensemble des points M du plan vérifiant $\|2\overrightarrow{MI} - 3\overrightarrow{MB}\| = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$ est la médiatrice du segment $[GH]$