

- a) Montrer que $\mathcal{C}'$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- b) Montrer que $\mathcal{D}$ est tangent à $\mathcal{C}'$ en B .

EXERCICE 3 Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan, on note les points $A(-1, 2)$ et $H(-1, -2)$ et l'ensemble $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 11 = 0$.

- 1 Montrer que $\mathcal{C}$ est un cercle dont on précisera le centre I et de rayon R .
- 2 La droite $D : y = -3$ coupe le cercle $\mathcal{C}$ en deux points E et F .
 - a) Déterminer les coordonnées de E et F .
 - b) Montrer que H est l'orthocentre du triangle AEF .
- 3 Soit K le symétrique de H par rapport (EF) . Montrer que $K \in \mathcal{C}$.
- 4 Soit le point $J(7, -1)$ et $\mathcal{C}'$ le cercle de diamètre $[IJ]$.
 - a) Montrer que $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont sécants en deux points P et Q .
 - b) Déduire les tangentes à $\mathcal{C}$ issues de J .

EXERCICE 4 Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-3, 4)$, $F(-2, 2)$, $I(2, 4)$ et $J(4, 0)$.

- 1 Faire une figure.
- 2
 - a) Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ passant par A et F .
 - b) Montrer que le point I est équidistant de la droite Δ et du point J .
- 3
 - a) Ecrire une équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre I et passant par J .
 - b) Justifier que Δ est tangente à $\mathcal{C}$ puis déterminer le point de contact.
- 4
 - a) Ecrire une équation de la droite Δ' médiatrice du segment $[FJ]$.
 - b) Déterminer le point K intersection de Δ et Δ' et vérifier que $F I J K$ est un carré.
 - c) Déduire les tangentes à $\mathcal{C}$ issues de K .
- 5 Soit $\mathcal{C}' = \{M(x, y) \in \mathcal{D} \text{ tel que } MF^2 + MJ^2 = 40\}$.
 - a) Montrer qu'une équation de $\mathcal{C}'$ est : $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$.
 - b) Montrer que $\mathcal{C}'$ est le cercle circonscrit au carré $F I J K$.

Exercice N°1 : Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère cartésien du plan et soit les points A(-1,3) et B(1,2).

- 1/ Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
- 2/ Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ médiatrice de (AB).
- 3/ Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ' passant par A et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- 4/ Déterminer une équation cartésienne de Δ'' parallèle à (AB) et passant par C(2,-4).

Exercice N°2:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne les points A(-1,-5); B(-3,-8) et C(-9,-4)

et la droite $\Delta: y = \frac{3}{2}x + 3$

1. a. Déterminer une équation cartésienne de (AB).
b. Prouver que (AB) et Δ sont parallèles.
c. Déterminer une équation de la droite Δ_1 parallèle à (AB) passant par le point C.
2. a. Déterminer une équation de la droite Δ_2 perpendiculaire à (AB) en B.
b. Vérifier que $C \in \Delta_2$.
c. Prouver que la droite Δ est la médiatrice du segment [BC]
3. Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur la droite Δ .

Exercice N°3:

Le plan étant rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

On donne les points A(-2,1); B(2,-5) et C(-1,2)

- 1) a) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).
b) En déduire une équation réduite de la droite (AB).
c) Donner une équation réduite de la droite Δ passant par le point C et parallèle à la droite (AB).
- 2) a) Donner une équation réduite de la droite D passant par le point B et de coefficient directeur (-4).
b) Montrer que Δ et D sont sécantes et déterminer les coordonnées du point d'intersection I.

Exercice N°4 : Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère cartésien du plan et soit les points A(-1,0) et B(2,2).

- 1/ Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
- 2/ Soit $C = A * B$. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant par C et de vecteur directeur : $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 2\vec{j}$
- 3/ Soient G(1,-1) et D(2,b).
a- Vérifier que $G \in \Delta$ et calculer b pour que $D \in \Delta$.
b- Montrer alors que G est le centre de gravité du triangle ABD.
- 4/ Soit $m \in \mathbb{R}$, Δ_m l'ensemble des points M(x, y) tel que : $\Delta_m: (2m-4)x + (m-1)y + 3 - m = 0$.
a- Montrer que pour tout réel m, Δ_m est une droite.
b- Montrer que les droites Δ_m passent par un point fixe I que l'on déterminera.
c- Déterminer m pour que : $\Delta_m \perp (AB)$.
d- Déterminer les valeurs de m tel que : $d(O, \Delta_m) = 1$

Exercice N°5: Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne A(-3 ; 0) ; B(3 ; 3) et C(0 ; 4).

- 1) Vérifier que les points A ; B et C ne sont pas alignés.
- 2) Calculer les distances AB, AC et BC.
- 3) Déterminer en utilisant théorème d'EL-Kashi une mesure en radian de l'angle $\widehat{ABC}$

- 4) Calculer alors le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC.
- 5) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant par C et perpendiculaire à la droite (AB).
- 6) Soit $M(2\sin\alpha - 1 ; 6 - 4\sin\alpha) ; \alpha \in [0, \pi]$
 - a) Vérifier que $M \in \Delta$ pour tout $\alpha \in [0, \pi]$
 - b) Pour quelle valeur de α le point M appartient-il à (AB).
- 7) Soit Δ' la droite qui porte la hauteur issue de B du triangle ABC.
 - a) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ' .
 - b) Trouver alors les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC.

Exercice N°6:

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère le point A (2,-3) et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

1. Ecrire une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$
2. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ') passant par A et perpendiculaire à la droite (Δ).
3. Soit la droite D : $3x + 2y = 0$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (D) et (Δ).
4. Soit $\Delta_m : (m-3)x + (m-2)y + m = 0$. où m est un paramètre réel.
 - a- Montrer que pour tout réel m, (Δ_m) est une droite.
 - b- Montrer que pour tout réel m, la droite (Δ_m) passe par un point fixe.
 - c- En déduire que pour tout réel m pour que les droites (D), (Δ) et (Δ_m) soient concourantes.
 - d- Pour quelle valeur de m la droite (Δ_m) est globalement invariante par la translation de vecteur $\vec{u}$.
 - e- Déterminer le réel m pour que les droites (Δ) et (Δ_m) soient perpendiculaires.

Exercice N°7:

On considère les points A (1,-2) et B (-1,0) deux points du plan dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. a- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ) passant par A et B.
 b- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ') perpendiculaire à (Δ) passant par A.
 c- Calculer les coordonnées du point d'intersection de (Δ) avec l'axe $(O, \vec{i})$
2. Soit le point I(3, 0) et ζ le cercle de centre I, de rayon $2\sqrt{2}$.
 - a- Montrer que (Δ) est tangente à ζ
 - b- Déterminer l'équation cartésienne du cercle ζ .
3. On considère le point J(3,-4).
 - a- Vérifier que le point J est à l'extérieur du cercle ζ .
 - b- Soit la droite D : $y = x - 7$. Montrer que D est l'une des deux tangentes à ζ passant par J.

Exercice N°8: Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan A (2, -1) et la droite $\Delta : x + y + 1 = 0$

- 1) a) Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ' perpendiculaire à Δ et passant par A
 b) Déterminer les coordonnées du point B intersection de Δ et Δ'
- 2) Soit l'ensemble $\zeta = \{M(x, y) \in P \text{ tels que : } x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0\}$
 - a) Montrer que ζ est un cercle de centre I (3, 0) et de rayon $R = 2\sqrt{2}$
 - b) Montrer que Δ est tangente à ζ
- 3) soit le point E(3, -4). Montrer que E est à l'extérieur de ζ puis écrire les équations des tangentes à ζ passant par E
- 4) Soit F(1, 2)
 - a) Ecrire une équation de la droite D médiatrice de [AF]

b) Ecrire une équation cartésienne du cercle ζ' passant par A et F et dont le centre $I' \in \Delta$

Exercice N°9:

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan, $I(1; 1)$; $A(3; 3)$ et $B(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}+1)$

- 1). Déterminer une équation cartésienne de la droite (OA).
- 2). Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de centre I et de rayon égal à 1.
- 3). Déterminer $(C) \cap (OI)$.
- 4). a). Vérifier que A est un point de (OA).
b). Déterminer une équation cartésienne de Δ la perpendiculaire à (OI) en A.
c). Déterminer $\Delta \cap (O, \vec{i})$ et $\Delta \cap (O, \vec{j})$.
- 5). a). Vérifier que B est un point de (C).
b). Soit Δ' la tangente à (C) en B.

Montrer q'une équation cartésienne de Δ' est $x - \sqrt{3}y + 1 + \sqrt{3} = 0$.

- 6). Soit l'ensemble $(C') : \{M(x; y) \text{ tel que } x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0\}$
a). Montrer que (C') est un cercle dont on précisera son centre J et son rayon R.
b). Caractériser $(C) \cap (C')$.

Exercice N°10:

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan $A(0; 2)$; $B(2; 2)$; $C(2; 0)$; $E(1, 1)$ et $F(3; 1)$

- 1). Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle en B.
- 2). Ecrire une équation cartésienne du cercle (ζ) circonscrit à ABC.
- 3). a). Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à (ζ) en B.
b). Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ' à (ζ) en C.
c). Montrer que Δ et Δ' sont sécantes en F.
- 4). Soit l'ensemble $(\zeta') : \{M(x; y) \text{ tel que } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0\}$
a). Montrer que (ζ') est un cercle dont on précisera son centre J et son rayon R.
b). Montrer que EBFC est un carré et que (ζ') est son cercle circonscrit.
c). Caractériser $(\zeta) \cap (\zeta')$.

Exercice N°11: Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. On considère l'ensemble ζ des points $M(x, y)$ tels que $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$

1. Montrer que ζ est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.
2. Montrer que le cercle ζ coupe la droite des abscisses en deux points dont on déterminera les coordonnées.
3. Montrer que l'axe des ordonnées est tangent à ζ au point $A(0, 1)$.
4. a- Vérifier que les points $B(2, 3)$ appartiennent au cercle ζ .
b- Ecrire l'équation de la tangente (T) à ζ au point B.
5. Montrer que les deux droites (T) et $(O, \vec{j})$ sont perpendiculaires.

Exercice N°12: Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère cartésien du plan et soit les points $A(-2, 2)$; $B(2, 4)$ et $D(0, -2)$.

- 1) a- Montrer que le triangle ABD est isocèle et rectangle en A.

- b- Calculer les coordonnées du point K milieu de [BD].
- c- En déduire l'équation du cercle ζ circonscrit au triangle ABD.
- 2) Soit ζ' l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que : $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 15 = 0$.
 - a- Montrer que l'ensemble ζ' est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.
 - b- Donner une équation de la droite T tangente à ζ' au point E(2,3).
- 3) Déterminer la position relative du cercle ζ par rapport à ζ' .

Exercice N°13: Soit $(o, \vec{i}, \vec{j})$ un repère cartésien du plan et soit les points A(2,-1) et B(4,1).

- 1) Déterminer l'équation du cercle ζ de diamètre [AB].
- 2) Donner une équation cartésienne de la droite Δ médiatrice de [AB].
- 3) On donne la droite D : $x + y - 3 = 0$, déterminer les coordonnées des points d'intersection de ζ et D.
- 4) a- Soit C(2,1). Montrer que C est un point du cercle ζ .
 - b- Justifier que ABC est un triangle rectangle en C.
- 5) Trouver une équation cartésienne de la droite T tangente à ζ au point C.
- 6) Déterminer l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que : $2AM^2 - BM^2 = 9$.

Exercice N°14: Soit $(o, \vec{i}, \vec{j})$ un repère cartésien du plan et soit les points B(2,5) ; C(-4,3) et I(-1,4).

- 1) a- Ecrire l'équation du cercle ζ de centre I et de rayon $R = \sqrt{10}$
 - b- Montrer que [BC] est un diamètre du cercle ζ .
- 2) Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à ζ au point B.
- 3) Le cercle ζ coupe l'axe des ordonnées en deux points A' et B'.
 - a- Déterminer les coordonnées des points A' et B' ($y_{A'} < y_{B'}$).
 - b- Soit la droite Δ' : $x - 3y + 3 = 0$. Montrer que Δ' est tangente à ζ en A'.
- 4) Soit l'ensemble $\xi = \{ M(x, y) \in P / x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \}$
 - a- Montrer que l'ensemble ξ est un cercle ζ' dont on précisera le centre J et le rayon R'.
 - b- Montrer que ξ et Δ' se coupent en deux points dont on déterminera les coordonnées.
- 5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ζ et ζ' .

Exercice N°15: Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points A(1, -1); B(-3, 2) et C(2, 2).

- ❶ a- Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est : $3x + 4y + 1 = 0$.
 - b- Montrer que la distance du point C à la droite (AB) est égale à 3.
 - c- Calculer AB et en déduire l'aire du triangle ABC.
- ❷ Soit la droite Δ d'équation : $4x - 3y - 2 = 0$.
 - a- Montrer que Δ est perpendiculaire à (AB).
 - b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de (AB) et Δ .
- ❸ Soit (ζ) l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que : $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$.
 - a- Montrer que (ζ) est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.
 - b- Vérifier que la droite (AB) est tangente à (ζ) .
- ❹ Soit $m \in \mathbb{R}$, D_m l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que : $D_m : mx - y + 3m + 2 = 0$.
 - a- Vérifier que pour tout réel m, les droites D_m passent par le point B.
 - b- Déterminer m pour que D_m soit parallèle à Δ .
 - c- Déterminer les réels m pour que D_m soient tangentes à (ζ) .