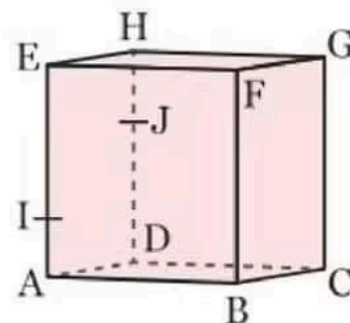


Exercices d'applications

Application 1

Soient le cube $ABCDEFGH$ et les points I et J représentés sur la figure ci-contre.

Déterminer l'intersection des plans (IJF) et (DCG) .



Méthode

Si deux plans sont sécants, alors leur intersection est une droite.

On commence donc par chercher :

- un point commun entre ces deux plans ;
- un théorème appliquer en fonction des hypothèses données par l'énoncé ou déterminées au cours de la résolution.

Correction

Les points I et F appartiennent aux plans (ABF) et (IJF) donc la droite (IF) est l'intersection de ces deux plans. Or le plan (DCG) est parallèle au plan (ABF) car $ABCDEFGH$ est un cube.

Par ailleurs, lorsque deux plans sont parallèles, tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les intersections sont parallèles.

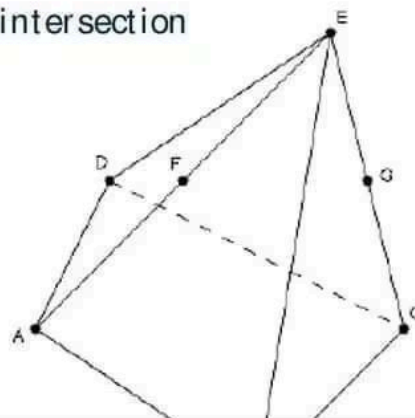
J appartient au plan (DCG) donc $J \in (IJF) \cap (DCG)$.

Ainsi, la parallèle à (IF) passant par J est la droite d'intersection recherchée.

Application 2.

$ABCDE$ est une pyramide. F est le milieu de $[EA]$ et G est le milieu de $[EC]$.

1) Justifie que $(FG) \parallel (AC)$.



Correction

1. AEC est un triangle, le point F est milieu de $[AE]$ et le point G est milieu de $[EC]$.

D'après la propriété de la droite des milieux $(FG) \parallel (AC)$.

2. On a $(FG) \parallel (AC)$ et $(AC) \subset (ABC)$ d'où $(FG) \parallel (ABC)$.

Application 3.

ABCD est un tétraèdre.

I est un point de la médiane du triangle ABC

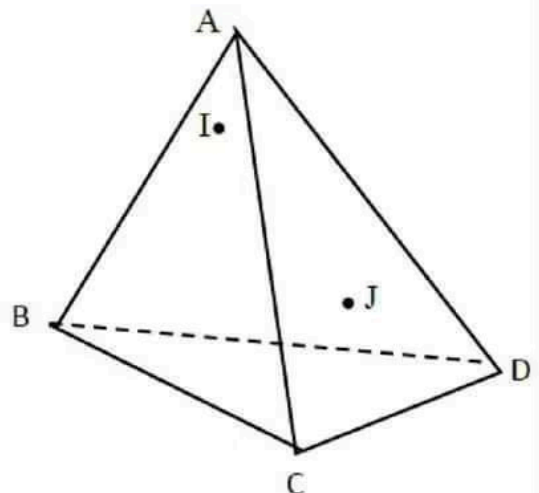
issue de A

et J un point de la médiane du triangle ACD

issue de A.

Déterminer la position relative de la droite (BD)

et du plan (AIJ).



Correction

La droite (AI) coupe le segment [BC] en K. K est donc le milieu de [BC]

La droite (AJ) coupe le segment [DC] en R. R est donc le milieu de [DC]

Dans le triangle DBC

La Droite (KR) est parallèle (DB). Comme (KR) incluse dans (AIJ),

on a donc la droite (BD) est parallèle au plan (AIJ).

Par conséquent la droite (BD) est parallèle au plan (AIJ).

Application 4

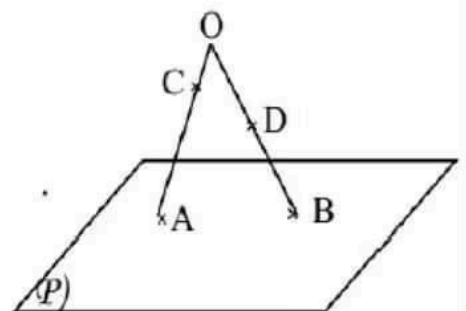
Sur la figure ci-dessous

❖ $A \in (P)$; $B \in (P)$; $O \notin (P)$; $C \in [AO]$; $D \in [OB]$

❖ Dans le plan (OAB), les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

1. Démontre que la droite (CD) est sécante au plan (P) en un point I

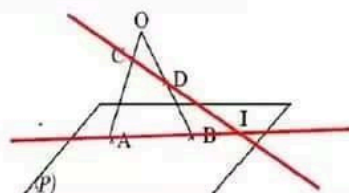
2. Construis le point d'intersection I de (CD) avec le plan (P)



Correction

1. (AB) et (CD) sont coplanaires et ne sont pas parallèles ; donc elles sont sécantes. Or (AB) est contenue dans le plan (P), donc la droite (CD) est sécante au plan (P) en un point I qui est l'intersection des (AB) et (CD).

2. Construction du point d'intersection I de (CD) avec le plan (P)



Application 5

SABCD est une pyramide régulière. I le milieu du segment [SA] ; J le milieu du segment [SB]. et K le milieu de [BC].

- 1) Démontre que la droite (IJ) est parallèle au plan (SCD).
- 2) Démontre que le plan (IJK) est parallèle au plan (SCD).

Correction

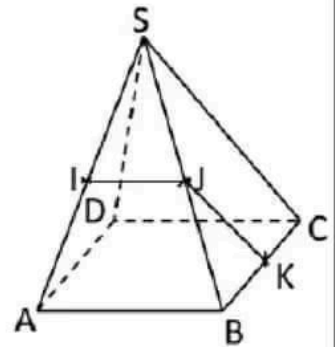
- 1) Dans le triangle SAB ,

I milieu de [SA] et J milieu de [SB] alors $(IJ) \parallel (AB)$

et $(AB) \parallel (DC)$ donc $(IJ) \parallel (DC)$

or $(DC) \subset (SCD)$ d'où $(IJ) \parallel (SCD)$

- 2) On démontre que $(IJ) \parallel (DC)$ et $(JK) \parallel (SC)$, or (DC) et (SC) sont sécantes donc le plan (IJK) est parallèle au plan (SCD)



Attention

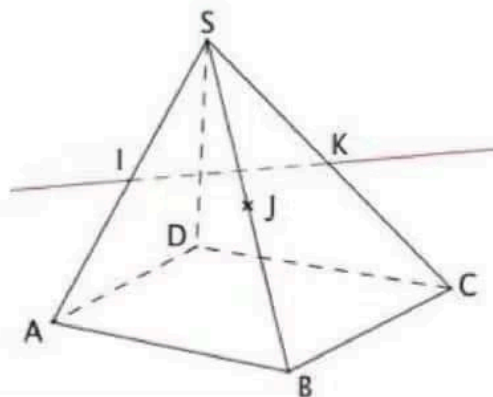
- Deux droites parallèles à un même plan ne sont pas obligatoirement parallèles entre elles
- Deux plans parallèles à une même droite ne sont pas obligatoirement parallèles entre eux.

Application 5

Soit SABCD est une pyramide, tels que

I, J et K sont les milieux respectifs de [SA], [SB] et [SC].

1. Démontrer que la droite (IK) est parallèle au plan (ABC)
2. Démontrer que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles



Correction

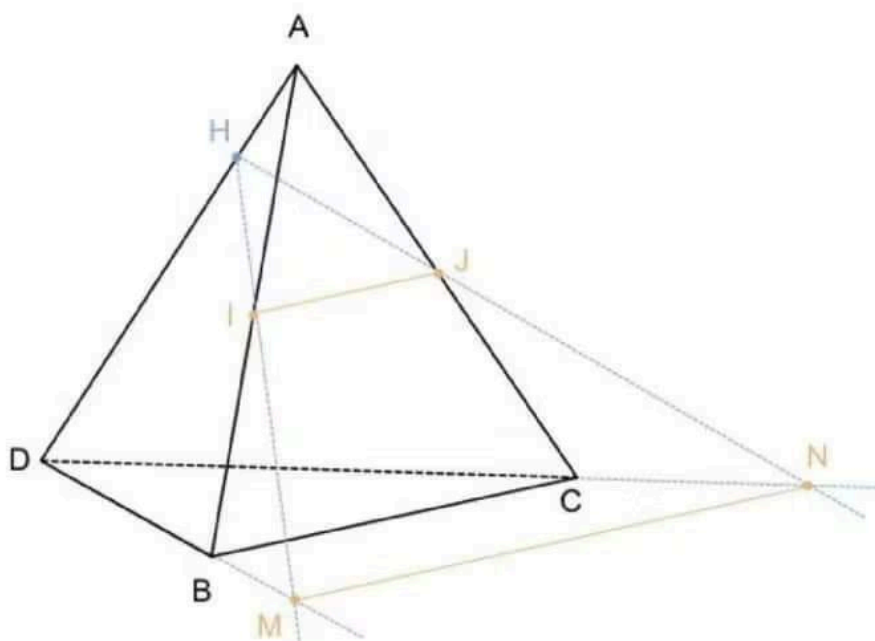
1. Dans le plan (SAC), on applique le théorème des milieux :
I et K sont les milieux respectifs de [SA] et [SC], donc $(IK) \parallel (AC)$.
Or pour prouver qu'une droite est parallèle à un plan,
il suffit de prouver que cette droite est parallèle à une droite de ce plan. On en déduit que $(IK) \parallel \text{plan } (ABC)$.
2. On a démontré que (IK) est parallèle au plan (ABC) . On démontrerait de même que (IJ) est parallèle au plan (ABC) .
Les droites (IK) et (IJ) , sécantes en I, sont parallèles au plan (ABC) ,
d'après le théorème des plans parallèles, on en déduit que le plan (IJK) est parallèle au plan (ABC) .

Application 6

Soit un tétraèdre ABCD. On appelle I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. Soit H un point du segment [AD] distinct de son milieu :

- Les droites (HI) et (DB) se coupent en M.
- Les droites (HJ) et (DC) se coupent en N.

1. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (BCD)
2. Démontrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles.



Correction

1. Dans le triangle ABC, (IJ) est la droite des milieux des côtés [AB] et [AC]. On en déduit que (IJ) est parallèle à (BC).

Or, la droite (BC) est incluse dans le plan (BCD).

La droite (IJ) est ainsi parallèle à une droite du plan (BCD), elle est donc parallèle à ce plan.

2. On sait que :

- La droite (IJ) appartient au plan (HMN)
- La droite (BC) appartient au plan (DMN)
- Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles

Les plans (HMN) et (DMN) contiennent donc deux droites parallèles, (IJ) et (BC). D'après **le théorème du toit**, l'**intersection** de ces deux plans est alors **parallèle** à ces **deux droites**.

Or, les points M et N sont communs aux plans (HMN) et (DMN) : la droite **(MN) est donc l'intersection de ces deux plans**.

La droite (MN) est donc parallèle aux droites (IJ) et (BC).

Exercice 1

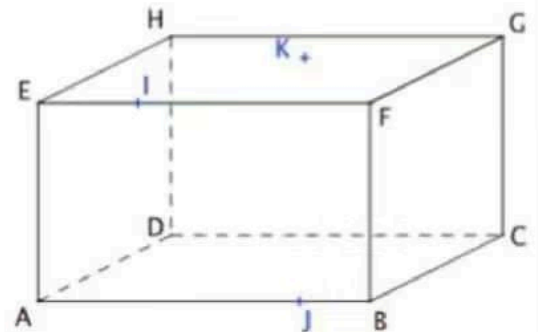
ABCDEFGH est un pavé droit.

I est un point de l'arête [EF],

J est un point de l'arête [AB]

et K est un point de la face EFGH

Construire la section du pavé par le plan (IJK)



Correction

Pour la face AEFB

Le plan (IJK) coupe la face ABFE suivant la droite (IJ). On commence donc par tracer le segment [IJ].

Pour la face EFGH

Le plan (IJK) coupe la face EFGH suivant la droite (IK).

Soit L le point d'intersection de la droite (IK) avec l'arête [HG].

On trace le segment [IL].

Pour la face CDHG

D'après théorème des plans parallèles, les faces ABFE et DCGH étant parallèles, le plan (IJK) coupe la face DCGH suivant **une droite parallèle à (IJ)**.

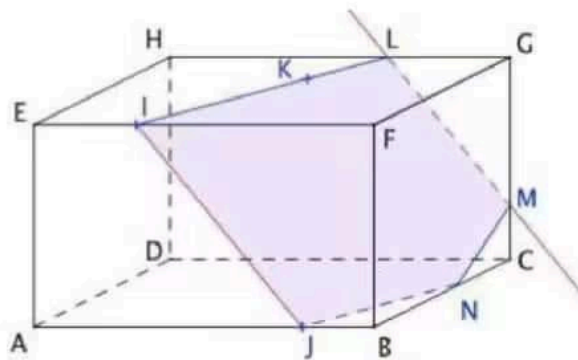
Le plan (IJK) coupe donc la face DCGH suivant la droite parallèle à (IJ) et passant par L. On trace cette droite qui coupe l'arête [CG] en M.

Pour la face ABCD

On justifie de même que le plan (IJK) coupe la face ABCD suivant **la droite parallèle à (IK) passant par J**.

On trace cette droite qui coupe l'arête [BC] en N.

Pour finir On trace le segment [MN], ce qui donne la section suivante :



Quelques méthodes pour démontrer

Démontre qu'un point appartient à un plan	Il suffit de démontrer qu'il appartient à une droite incluse dans ce plan
Démontre qu'une droite est incluse dans un plan	Il suffit de démontrer que : • Elle passe par deux points du plan • Elle passe par un point du plan et qu'elle est parallèle à une droite du plan
Démontre que deux droites(D) et (D') sont parallèles	Il suffit de : • Démontrer qu'elles sont coplanaires et appliquer un théorème de géométrie plane (droite des milieux, théorème de Thalès...) • Démontrer qu'elles sont coplanaires et parallèles. • Trouver une droite parallèle à ses droites
Démontrer qu'une droite est sécante à un plan	On peut trouver un point de la droite qui appartient au plan et un point de la droite qui n'appartient pas au plan.
Démontrer qu'une droite est parallèle à un plan	On peut démontrer qu'elle est parallèle à une droite de ce plan
Démontrer que trois points sont alignés	Il suffit de démontrer qu'ils appartiennent à une même droite. Cette droite peut souvent être vue comme l'intersection de deux plans.
Démontrer que deux plans sont sécants	• On peut démontrer qu'ils ne sont pas confondus et trouver leur intersection. • On peut utiliser un raisonnement par l'absurde
Démontrer que deux plans sont parallèles	• Trouve deux droites sécantes de l'un des plans qui soient parallèles chacune à l'autre plan. • On peut démontrer qu'ils sont parallèles à un même plan.

Exercice 2

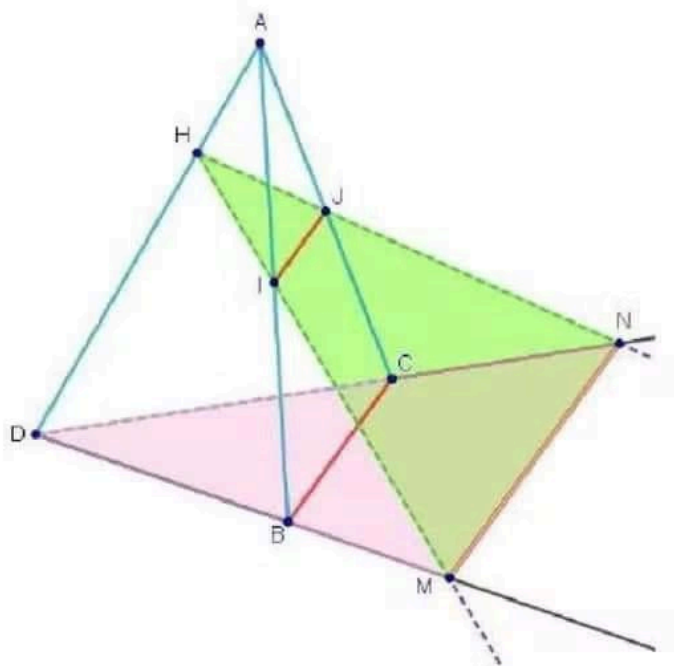
Soit un tétraèdre $ABCD$. On appelle I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$.

Soit H un point du segment $[AD]$ distinct de son milieu :

- Les droites (HI) et (DB) se coupent en M ;
- Les droites (HJ) et (DC) se coupent en N .

1) Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (BCD)

2) Démontrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles.



Correction

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

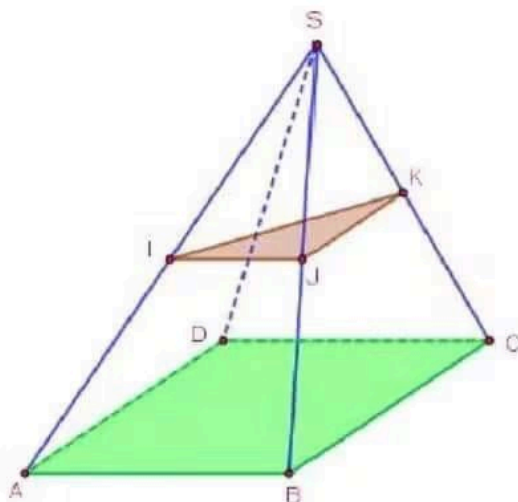
Exercice 2

$SABCD$ est une pyramide

I , J et K sont les milieux respectifs de $[SA]$, $[SB]$ et $[SC]$.

1) Démontrer que la droite (IK) est parallèle au plan (ABC) .

2) Démontrer que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles



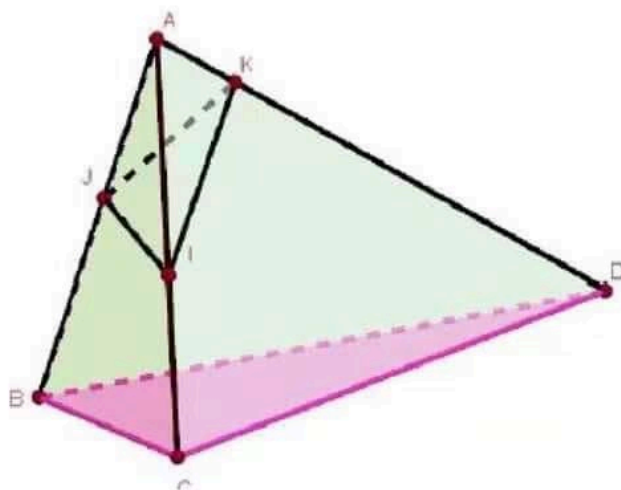
Correction

Exercice 3

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un tétraèdre et les points I, J et K appartiennent respectivement aux arêtes [AC], [AB] et [AD]

, et de sorte que les droites (KI), (KJ) et (IJ) coupent le plan (BCD).

- 1°) Montrer que les droites (KI) et (DC) sont sécantes.
- 2°) Représenter les points d'intersection des droites (IJ), (KI) et (KJ) avec le plan (BCD) qu'on notera respectivement I', K' et J'.
- 3°) Montrer que les points I', K' et J' sont alignés.



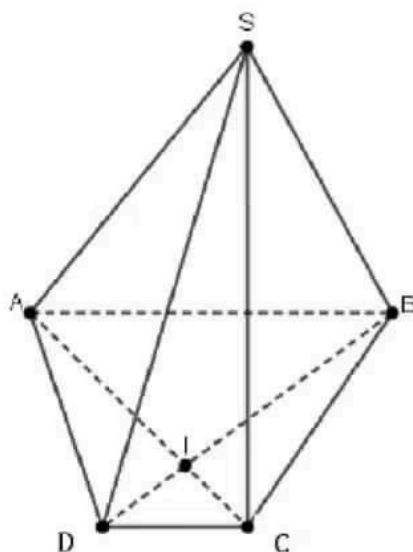
Correction

[illegible]

Exercice 4

Dans la figure ci-dessous, $SABCD$ est une pyramide dont la base $ABCD$ est un trapèze où $(AB) // (DC)$.

- 1°) Construire la droite D intersection des plans (SAC) et (SBD) .
- 2°) Construire la droite D' intersection des plans (SAB) et (SCD) .
- 3°) Construire la droite D'' intersection des plans (SAD) et (SBC) .



Correction

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

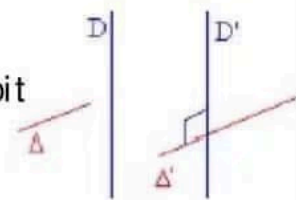
.....

3. Orthogonalité dans l'espace :

a) Orthogonalité de deux droites :

Définition et propriété :

- On dit que deux droites de l'espace sont perpendiculaires si elles sont coplanaires et sécantes en formant un angle droit
- Deux droites D et Δ de l'espace sont orthogonales si leurs parallèles menées par un point quelconque sont perpendiculaires.
- Si deux droites sont parallèles, toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre

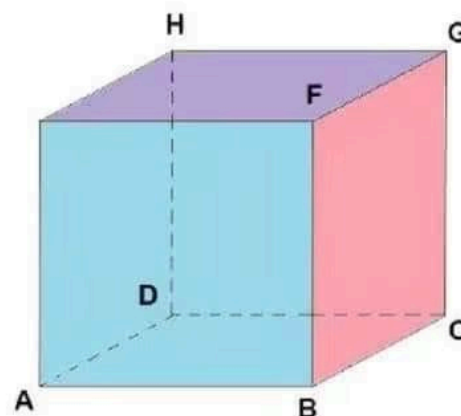


Attention au vocabulaire:

- ❖ Les deux mots « orthogonal » et « perpendiculaire » ne sont pas synonymes
- ❖ Deux droites orthogonales peuvent être coplanaires ou non coplanaires
- ❖ Deux droites perpendiculaires sont nécessairement coplanaires
- ❖ Deux droites perpendiculaires sont donc deux droites sécantes et orthogonales.
- ❖ Si deux droites sont perpendiculaires, alors elles sont orthogonales.
La réciproque est fausse : on peut avoir des droites orthogonales qui ne se coupent pas et ne sont donc pas perpendiculaires.
- ❖ Deux droites orthogonales à une même troisième droite ne sont pas nécessairement parallèles.

Exemples

- 1) Les droites (AE) et (BC) sont orthogonales.
- 2) Les droites (AE) et (AD) sont Perpendiculaires (et orthogonales).
- 3) Les droites (EF) et (FB) sont perpendiculaires à la (FG) mais elles ne sont pas parallèles !



Exercice 1

Sur la figure ci-dessous :

ABCDEFGH est un cube, I est le milieu de [DG] et J est le milieu de [BG].
Démontrez que les droites (IJ) et (AC) sont orthogonales

Correction

Dans le triangle BDG, I est le milieu de [DG]

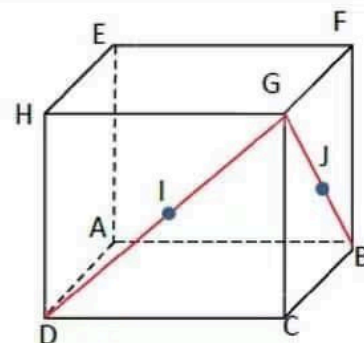
et J est le milieu de [BG],

D'après le théorème des milieux (IJ) et (DB) sont parallèles.

Comme ABCD est un carré, alors ses diagonales (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

Puisque (IJ) et (BD) sont parallèles et (AC) est orthogonale à (BD),

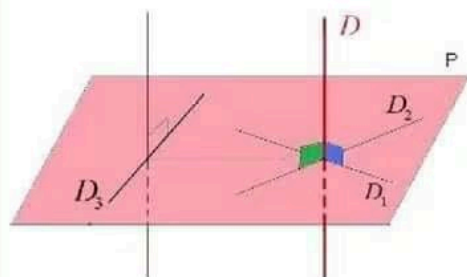
alors (AC) est orthogonale à (IJ).



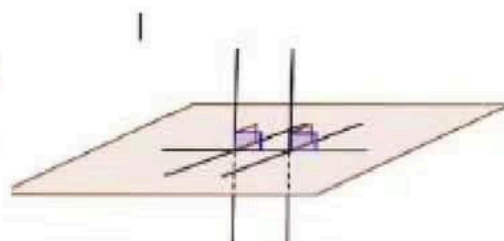
Remarque :

Dans l'espace, deux droites orthogonales à une même troisième ne sont pas nécessairement parallèles

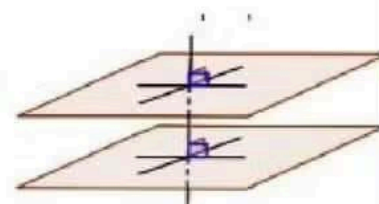
b) Orthogonalité d'une droite et d'un plan :



(figure 1)



(figure 2)



(figure 3)

Théorème et Définition :

Une droite est perpendiculaire (orthogonale) à un plan P si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan. (figure 1)

Conséquence :

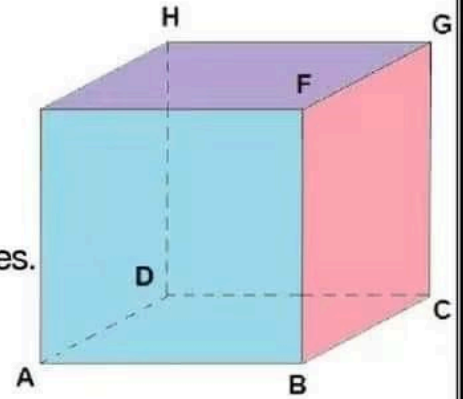
Une droite qui est perpendiculaire à un plan est orthogonale toute droite de ce plan. (Dans la figure 1 ; D orthogonale à P alors D orthogonale aux droites D_1 , D_2 et D_3)

Propriété :

- ❖ Si deux droites sont perpendiculaires à un même plan, alors elles sont parallèles. (figure 2)
- ❖ Si deux droites sont parallèles, alors tout plan perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre (figure 2)
- ❖ Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre (figure 3)
- ❖ Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles (figure 3)

Application 1:

ABCDEFGH est un cube



1. Justifier que (AE) est orthogonal au plan (ABC).
2. Justifie que les droites (AE) et (BD) sont orthogonales.
3. Combien y a-t-il de droites passant par le point E et perpendiculaire au plan (ABC) ?
4. Combien y a-t-il de plans passant par le point A et perpendiculaire à la droite (AE) ?
5. Justifie que la droite (DH) est perpendiculaire au plan (ABC).
6. Justifie que les droites (AE) et (CG) sont parallèles.
7. Soit la droite (D) perpendiculaire aux droites (FH) et (EG) en I.
Justifie que (D) est perpendiculaire au plan (ABD).

Correction

1. (AE) est perpendiculaire aux droites (AD) et (AB).
et (AB) et (AD) sont sécantes et définissent le plan (ABC)
alors (AE) est orthogonal au plan (ABC).
2. Comme (AE) est perpendiculaire au plan (ABC), Or $(BD) \subset (ABC)$, donc $(AE) \perp (BD)$.
3. Comme il existe une unique droite passant par un point donné et perpendiculaire à un plan donné
Donc (AE) est la seule droite perpendiculaire au plan (ABC) et passant par E
4. Comme il existe un unique plan passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée
Donc le plan (ABC) est le seul plan perpendiculaire à une droite (AE) et passant par A,

5. la droite (AE) est parallèle à la droite (DH) car AEHD est un carré et (AE) est perpendiculaire au plan (ABC). Alors (DH) est perpendiculaire au plan (ABC).

6. la droite (AE) est perpendiculaire au plan (ABC). De même, on montre que (CG) est perpendiculaire au plan (ABC).

Comme deux droites sont perpendiculaires à un même plan, alors elles sont parallèles alors les droites (DH) et (BF) sont parallèles.

Ou bien

les droites (AE) et (DH) sont parallèles et les droites (CG) et (DH) sont parallèles alors les droites (AE) et (CG) sont parallèles car deux droites parallèles à une troisième sont parallèles

7. La droite (D) étant perpendiculaire aux droites (FH) et (EG) en I, alors elle est perpendiculaire au plan (FGH). Or les plans (ABD) et (FGH) sont parallèles (car sont perpendiculaires à la même droite (AE)). Donc la droite (D) est perpendiculaire au plan (ABD) car lorsque deux plans sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.

c) Plans perpendiculaires

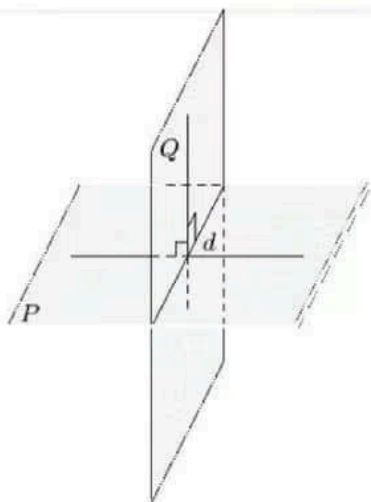


Figure 2

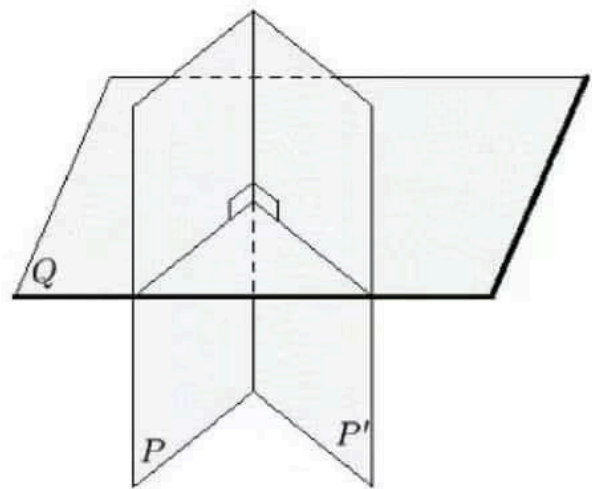


Figure 1

Définition

On dit que le plan P est perpendiculaire au plan Q si et seulement si Q contient une droite perpendiculaire à P . (figure 2)

Exemple

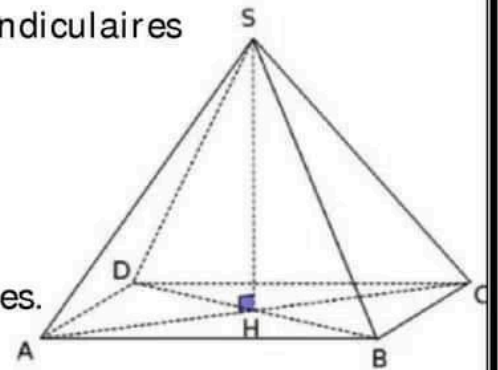
On donne la pyramide régulière $SABCD$ ci-dessous de hauteur $[SH]$

Démontrons que les plans (SDB) et (ABD) sont perpendiculaires

Correction

- (AH) est une droite incluse dans le plan (ABD)
- (AH) est perpendiculaire au plan (SDB)

Donc les plans (SDB) et (ABD) sont perpendiculaires.



Conséquences

- * Si une droite (D) est perpendiculaire à un plan (P) , alors tout plan parallèle à (D) est perpendiculaire à (P) .
- * Si deux plans sont perpendiculaires, alors toute droite perpendiculaire à l'un est parallèle à l'autre.

Propriétés

- ❖ Un plan est perpendiculaire à deux plans sécants si et seulement s'il est perpendiculaire à leur droite d'intersection (figure 1)
- ❖ Si P et Q sont perpendiculaires, toute droite de l'un, qui est orthogonale à leur intersection, est orthogonale à l'autre. (figure 2)
- ❖ Si deux plans sont perpendiculaires, alors tout plan parallèle à l'un est perpendiculaire à l'autre.

Exercice

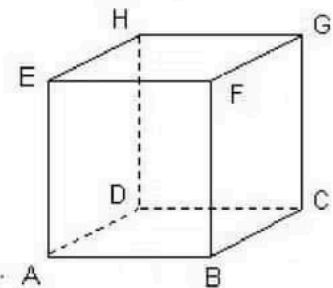
Sur la figure ci-contre $ABCDEFGH$ est un cube.

Démontrez que les plans (ACE) et (DEH) sont perpendiculaires au plan (ABC) .

Correction

Les plans (ACE) et (DEH) sont sécants et leur droite d'intersection est (AE) .

$(AE) \perp (AD)$ et $(AE) \perp (AB)$. Comme (AD) et (AB) sont incluses dans (ABC) , donc $(AE) \perp (ABC)$. Par conséquent, les plans (ACE) et (DEH) sont perpendiculaires au plan (ABC) .



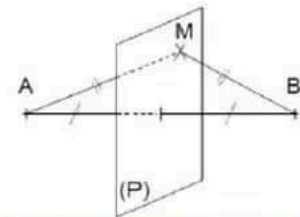
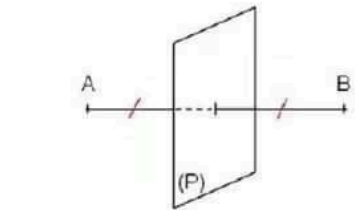
Attention

- Deux Plans perpendiculaires à un même plan ne sont pas obligatoirement parallèles entre elles .

c) Plan médiateur d'un segment

Définition :

Le plan médiateur d'un segment $[AB]$ est le plan passant par l milieu de $[AB]$ et perpendiculaire à (AB)



Propriété :

Le plan médiateur de $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et B

Remarque

Pour montrer que P est un plan médiateur d'un segment $[AB]$, il suffit de trouver trois points non alignés E, F et G de plan P tel que $\begin{cases} EA = EB \\ FA = FB \\ GA = GB \end{cases}$ par suite $P = (EFG)$

Application 1

Dans la figure ci - contre ABCD un tétraèdre régulier et I point milieu de $[CD]$.

En déduire que (AB) .et (CD) sont orthogonales

Correction

1ère méthode : A l'aide du plan médiateur

ABCD un tétraèdre régulier.

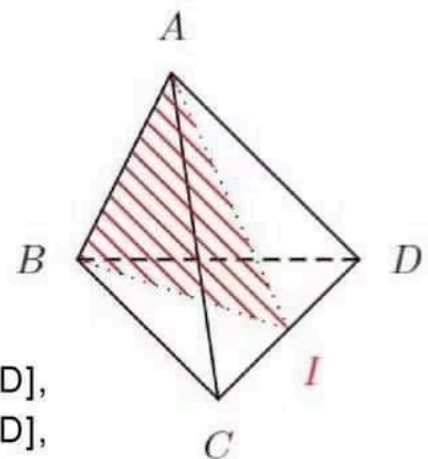
- $AC= AD$ donc A appartient au plan médiateur de $[CD]$,
- $BC= BD$ donc B appartient au plan médiateur de $[CD]$,
- $IC= ID$ donc I appartient au plan médiateur de $[CD]$.

Et comme A, B et I ne sont pas alignés donc le plan (ABI) est un plan médiateur de $[CD]$.

Le plan (ABI) est donc orthogonal à la droite (CD) et donc toute droite de ce plan médiateur est orthogonale à (CD) , et comme (AB) incluse dans (ABI) alors (AB) et (CD) sont donc orthogonales.

2ème méthode : Montrer que (CD) orthogonale à (ABI)

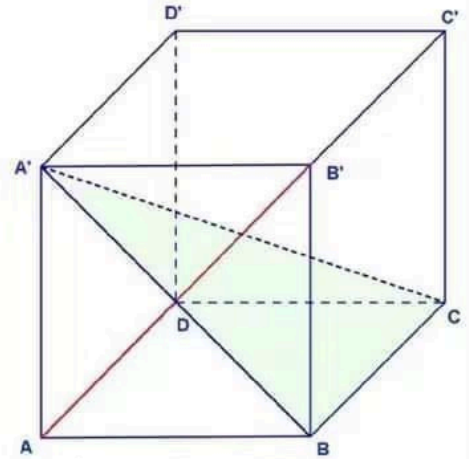
- Dans le triangle équilatéral ADC , la médiane $[AI]$ est aussi la hauteur issue de A donc $(AI) \perp (DC)$.
- De même dans le triangle équilatéral BCD , $(BI) \perp (CD)$.



Donc (AI) et (BI) sont deux droites sécantes du plan (ABI) qui sont toutes deux perpendiculaires à (CD) .

Par conséquent le plan (ABI) est orthogonal à la droite (CD) .

Donc (AB) est orthogonale à (CD)



Exercice 1

$ABCD A'B'C'D'$ est un cube.

1. Démontrer que la droite (AB') est orthogonale au plan $(A'BC)$. En déduire que les droites (AB') et $(A'C)$ sont orthogonales.

2. Démontrer que les droites (AD') et $(A'C)$ sont orthogonales.

3. Démontrer que $(A'C)$ est orthogonale à $(AB'D')$

Correction

1. La droite (BC) est orthogonale à la face $(ABB'A')$ donc la droite (BC) est orthogonale à toute droite contenue dans le plan (ABB') .

La droite (AB') est contenue dans le plan (ABB') donc la droite (BC) est orthogonale à la droite (AB') . $ABB'A'$ est un carré,

les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, donc les droites (AB') et $(A'B)$ sont perpendiculaires.

Les droites (BC) et $(A'B)$ sont sécantes en B .

La droite (AB') est orthogonale à deux droites sécantes du plan $(A'BC)$, donc la droite (AB') est orthogonale au plan $(A'BC)$.

La droite (AB') est orthogonale à toute droite contenue dans le plan $(A'BC)$.

La droite $(A'C)$ est contenue dans le plan $(A'BC)$.

Par conséquent, les droites (AB') et $(A'C)$ sont orthogonales.

2. De même, la droite (DC) est orthogonale à la face $(ADD'A')$

donc (DC) est orthogonale à toute droite contenue dans le plan (ADD') .

La droite (AD') est contenue dans le plan (ADD') donc la droite (DC) est orthogonale à la droite (AD') .

$ADD'A'$ est un carré, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, donc les droites (AD') et $(A'D)$ sont perpendiculaires.

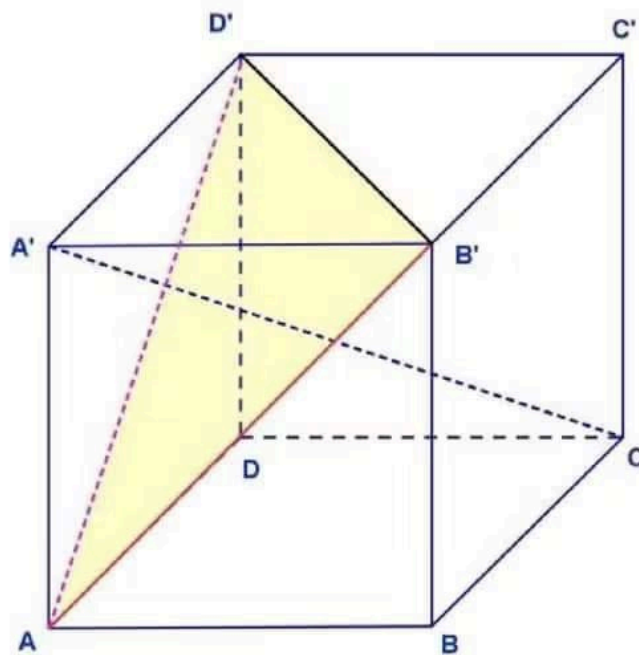
Les droites (DC) et $(A'D)$ sont sécantes en D .

La droite (AD') est orthogonale à deux droites sécantes du plan $(A'DC)$, donc la droite (AD') est orthogonale au plan $(A'DC)$.

La droite (AD') est orthogonale à toute droite contenue dans le plan $(A'DC)$.

La droite $(A'C)$ est contenue dans le plan $(A'DC)$.

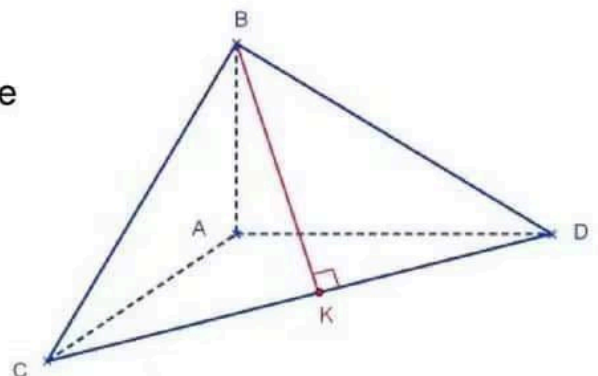
Par conséquent, les droites (AD') et $(A'C)$ sont orthogonales.



Exercice 3

$ABCD$ est un tétraèdre trirectangle en A c'est à dire (AB) est perpendiculaire à (AC) ; (AB) est perpendiculaire à (AD) et (AC) est perpendiculaire à (AD) . K est le pied de la hauteur du triangle BCD issue de B .

1. Démontrer que les droites (CD) et (AK) sont perpendiculaires.
2. Démontrer que le carré de l'aire du triangle BCD est égale à la somme des carrés des aires des autres faces.



Correction

Exercice 4

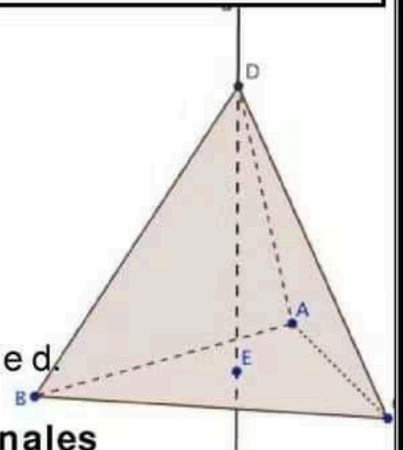
ABC est un triangle équilatéral.

E est le point d'intersection de ses médianes.

La droite d passant par E est orthogonale au plan (ABC).

La pyramide ABCD est telle que D soit un point de la droite d .

Démontrer que les droites (BD) et (AC) sont orthogonales



Correction

La droite d est orthogonale au plan (ABC). Comme la droite (AC) appartient au plan (ABC), la droite (AC) est orthogonale à la droite d .

Par ailleurs, la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BE) car dans un triangle équilatéral, les médianes et les hauteurs sont confondues.

Ainsi, (AC) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (BED) : (BE) et d .

Donc (AC) est orthogonale au plan (BED). La droite (BD) appartient au plan (BED) donc la droite (AC) est orthogonale à la droite (BD).

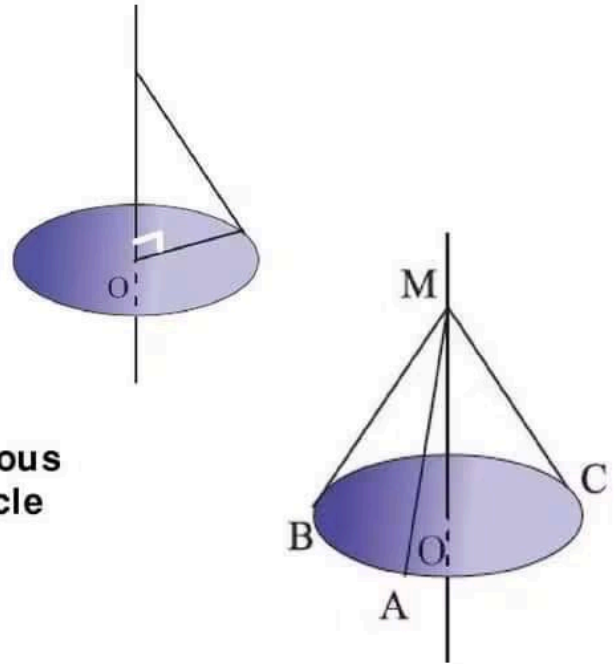
Axe d'un cercle

Définition

On appelle axe d'un cercle la droite passant par le centre de ce cercle et perpendiculaire à son plan.

Théorème

L'ensemble des points équidistants de tous les points d'un cercle est l'axe de ce cercle



Exercice 1

On considère un cercle ζ de diamètre $[BC]$ et de centre I situé dans un plan P

Soit A un point de ζ tel que ABC un triangle isocèle. On désigne par Δ la perpendiculaire à P en C et S est un point de Δ distinct de C

1° a) Montrer que le plan (SAC) et la droite (AB) sont perpendiculaires

b) En déduire que les plans (SAB) et (SAC) sont perpendiculaires

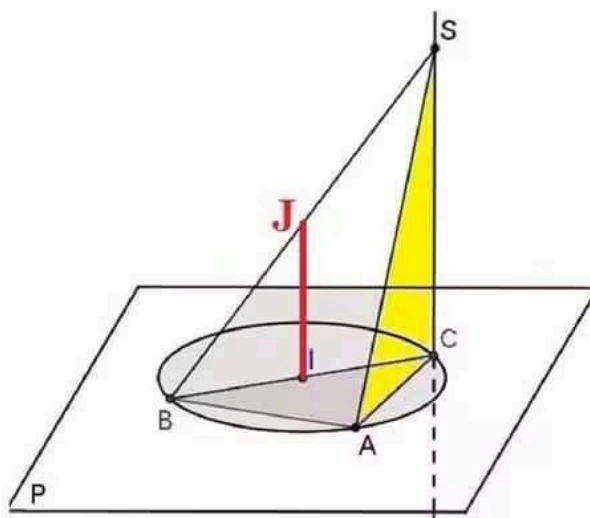
2° Soit J le milieu de $[SB]$

a) Montrer que (IJ) est perpendiculaire au plan P .

b) Montrer que (IJ) est l'axe du cercle C .

c) En déduire le plan médiateur de $[BC]$

On suppose que $SC = 2AC$. SA et SB en fonction de r rayon du cercle



Correction

Exercice 2

On considère un cercle ζ de diamètre $[AB]$ et un point S de la perpendiculaire menée par A au plan du cercle (S distinct de A)

1. Soit un point M du cercle ζ distinct de A et B
 - a) Démontrer que $SA^2 + AM^2 + MB^2 = SB^2$; En déduire que le triangle SMB est rectangle
 - b) Montrer que les plans (SAM) et (SBM) sont perpendiculaires
2. Le plan passant par A et perpendiculaire à (SB) coupe les droites (SB) et (SM) respectivement aux points F et E . Montrer que le triangle AEF est rectangle
3. a) Démontrer que les points B, M, E et F appartiennent à un même cercle Γ dont on précisera le centre I
b) On désigne par O le centre du cercle ζ . Montrer que (OI) est l'axe du cercle Γ

Correction