



Exercice 1

ξ et ξ' sont deux cercles de centres respectifs A et B et de même rayon $[AB]$.

D est un point de ξ' tel que $AD = \sqrt{x+3}$ et

C est un point de ξ tel que $CD = \sqrt{x+1}$ et $(AD) \perp (CD)$ avec $x \in \mathbb{R}_+$.

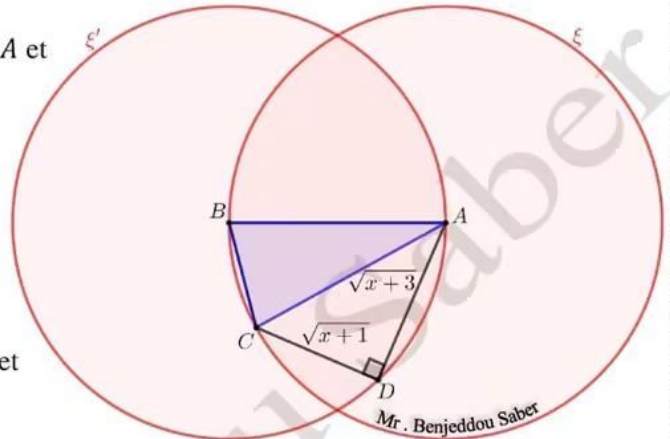
1) Calculer AC et ED en fonction de x .

2) Soit E le symétrique de A par rapport à B et

F le symétrique de A par rapport à D .

a) Déterminer la valeur de x pour laquelle le point C soit le centre de gravité du triangle AEF .

b) Calculer dans ce cas l'aire du triangle ABC .



Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $9x^2 - 4 = (3x + 2)(x + 1)$

2) $||2x - 3| - 7| = 6$

3) $\frac{3x-5}{x-3} - \frac{x-1}{x+1} = 2$

4) $\frac{4x^2-x+4}{2x-1} = \frac{2x^2-2x-8}{x+2}$

5) $\sqrt{3x-6} = \sqrt{x+2}$

6) $\sqrt{3x+1} = 2x + 1$

7) $\left| \frac{3x-3}{x} \right| = \left| \frac{3x}{x+1} \right|$

8) $|x-3| + |-x+1| = 3x$

9) $|7x+2| = \sqrt{25x^2 - 40x + 16}$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(x+3)^2 - \frac{2x-4}{3} \leq 2x^2 - x(x+3)$

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+x} \geq 0$

3) $\frac{x-1}{x+1} < \frac{1}{x^2-1}$

4) $|3x-1| \geq 4$

5) $|5-4x| < 2$

6) $\sqrt{4x+5} < 2$

7) $\sqrt{1-3x} \geq \sqrt{2}$

8) $\sqrt{5x-4} \leq \sqrt{x+1}$

9) $\sqrt{x+1} > x + \frac{1}{2}$

Exercice 4

En discutant suivant les valeurs du paramètre réel m , résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $3(m+1)x + 4 = 2x + 5(m+1)$

2) $\frac{x-2m}{x+1} - \frac{x+m}{x} = \frac{mx}{x^2+x}$

3) $|(m-1)x + 5| = x - 3$

Exercice 5

En discutant suivant les valeurs du paramètre réel m , résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $x - (m + 3)x \geq 2x + 5$

2) $2(x + m) - (m - 1)^2 < 3 + mx$

3) $\frac{x+m}{2} + \frac{6x+m}{3} \geq \frac{mx+2}{6}$

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^2 - 5x + 14 = 0$

2) $5x^2 + 6x + 1 = 0$

3) $2x^2 - 5x - 2 = 0$

4) $x^2 + 6x + 9 = 0$

5) $3x^2 + 4x + 2 = 0$

6) $x^2 + (\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$

7) $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$

8) $x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$

9) $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0$

Exercice 7

Soit $m \in \mathbb{R}^*$ et l'équation (E) : $mx^2 + 7x + \frac{4}{m} = 0$ d'inconnue x .

1) Montrer que, pour tout $m \in \mathbb{R}^*$, l'équation (E) admet deux solutions distinctes x' et x'' .

Sans calculer x' et x'' :

2) Justifier que x' et x'' sont de même signe.

3) Montrer que si $m > 0$, alors x' et x'' sont strictement négatifs.

4) Déterminer la valeur de m pour que $x' + x'' = 14$ puis trouver dans ce cas $x'x''$.

Exercice 8

Soit l'équation (E) : $x^2 + (m - 2)x - m^2 = 0$ où m est un paramètre réel.

1) Sans calculer le discriminant Δ montrer que, pour tout réel m , l'équation (E) admet deux racines distinctes x' et x'' et différentes à 1.

2) Sans calculer le discriminant Δ , calculer les expressions suivantes :

$$A = \frac{2}{x'-1} + \frac{2}{x''-1} ; B = \frac{x'+2}{x'-1} + \frac{x''+2}{x''-1} ; C = \frac{x'+2}{x''-1} + \frac{x''+2}{x'-1}$$

3) Notons $S = x' + x''$ et $P = x' \cdot x''$.

Montrer l'équivalence : $B = C$ équivaut à $S^2 - 4P = 0$.

4) Existe-il des réels m pour lesquels x' et x'' sont inverses ?

Exercice 9

Déterminer tous les couples (x, y) de réels dans chacun des cas suivants :

1) $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ xy = 4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x^2 - xy + y^2 = 13 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y-3} = 1 \\ xy = 1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^3 + y^3 = \frac{1001}{8} \\ xy = \frac{5}{2} \end{cases}$

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x^3 - x - 6 = 0$

2) $\sqrt{x^2 + 1} = |2x + 1|$

3) $\sqrt{3x + 1} + \sqrt{10 - x} = 5$

4) $\frac{10x^2 + 3x - 2}{16x^2 + 30x + 9} + 1 = 0$

5) $3x^2 - 2|x| - 1 = 0$

6) $3\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 - 2\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 1$

Exercice 11

Soit l'équation (E) : $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$.

1) Vérifier que 0 n'est pas une solution de (E).

2) Montrer que si a est une solution de (E), alors $\frac{1}{a}$ est une solution de (E).

3) Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E') : $x^2 - 3x + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} + 2 = 0$.

4) a) Développer $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$.

b) Résoudre alors l'équation (E) dans $\mathbb{R}$.

Exercice 12

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $5x^2 + 2x - 3 \leq 0$

2) $-2x^2 + 17x - 21 \geq 0$

3) $(x^2 - x - 2)(2x^2 + 3x - 5) < 0$

4) $|2x^2 - x| < |6x - 3|$

5) $\frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 3x - 4} \leq 0$

6) $\frac{3x-5}{x-2} \leq \frac{x-2}{3x-5}$

7) $\frac{x+2}{x+1} > \frac{3x-1}{x^2-2x-3}$

8) $\sqrt{x^2 + 1} > x + 2$

9) $|x^2 - x| < 2\sqrt{x-1}$

Exercice 13

1) Vérifier que, pour tout réel x , $4x^3 + 9x^2 - x - 6 = (x + 2)(4x^2 + x - 3)$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $4x^3 + 9x^2 - x - 6 \geq 0$.

3) En déduire alors la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\sqrt{4x^3 + 9x^2 - x - 6} \leq x + 2$.

Exercice 14

On donne le tableau de signe d'un trinôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	+	○	○	+

1) Déterminer le signe de chacun des réels a , b et c .

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(|x|) \geq 0$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{P(x)}{x^2 + 2x - 8} < 0$.

◇◇ Ministère de l'éducation Tunisie ◇◇			A.S. : 2025/2026
Matière : Mathématiques	Niveau : 2ème Sc , Info	Durée : 2 heures	Prof : E.Amir
Problèmes du premier et du second degré			

Rappel : Équations du premier degré

- Une équation du premier degré est de la forme $ax + b = 0$ où $a \neq 0$
- La solution est $x = -\frac{b}{a}$
- Méthode de résolution :
 - Isoler l'inconnue en déplaçant les termes d'un côté à l'autre du signe égal
 - Changer le signe d'un terme lorsqu'on le déplace d'un côté à l'autre
 - Diviser par le coefficient de l'inconnue pour obtenir la solution
- Exemple : $2x + 6 = 0 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$
- Pour les exercices : Diviser les termes entre la partie gauche et droite du signe égal

Rappel - Équations du second degré

Forme générale et discriminant :

- Une équation du second degré est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$
- Le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$
- Si $\Delta > 0$: deux solutions réelles distinctes

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$
- Si $\Delta = 0$: une solution double $x_0 = -\frac{b}{2a}$
- Si $\Delta < 0$: aucune solution réelle
- Somme et produit des racines :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Signe du trinôme et factorisation :

- Si $\Delta > 0$: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
- Si $\Delta = 0$: $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$
- Signe du trinôme :
 - Si $\Delta < 0$: signe de a pour tout x
 - Si $\Delta = 0$: signe de a pour tout $x \neq x_0$
 - Si $\Delta > 0$: signe de $-a$ entre les racines, signe de a à l'extérieur
- Forme canonique :

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

Exercice 1 (10 minutes)

Résoudre les équations du premier degré suivantes :

1 $2x + 5 = 13$

2 $3x - 7 = 2x + 4$

3 $4(x - 3) = 2x + 8$

4 $\frac{x}{2} + 3 = 7$

5 $5 - 2x = 3x + 1$

Exercice 2 (10 minutes)

Résoudre les équations suivantes :

- 1 $\frac{2x+1}{3} = 5$
- 2 $\frac{x-2}{4} = \frac{x+1}{3}$
- 3 $\frac{3x}{5} - \frac{2}{3} = \frac{x}{2}$

Exercice 3 (25 minutes)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- 1 $(x+3)^2 - \frac{2x-4}{3} \leq 2x^2 - x(x+3)$
- 2 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+x} \geq 0$
- 3 $\frac{x-1}{x+1} < \frac{1}{x^2-1}$
- 4 $|3x-1| \geq 4$
- 5 $|5-4x| < 2$
- 6 $\sqrt{4x+5} < 2$
- 7 $\sqrt{1-3x} \geq \sqrt{2}$
- 8 $\sqrt{5x-4} \leq \sqrt{x+1}$
- 9 $\sqrt{x+1} > x + \frac{1}{2}$

Exercice 4 (20 minutes)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- 1 $x^2 - 5x + 14 = 0$
- 2 $5x^2 + 6x + 1 = 0$
- 3 $2x^2 - 5x - 2 = 0$
- 4 $x^2 + 6x + 9 = 0$
- 5 $3x^2 + 4x + 2 = 0$
- 6 $x^2 + (\sqrt{3}-1)x - \sqrt{3} = 0$
- 7 $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$
- 8 $x^2 + (\sqrt{2}-\sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$
- 9 $x^2 - (2+\sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0$

Exercice 5 (25 minutes)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- 1 $5x^2 + 2x - 3 \leq 0$
- 2 $-2x^2 + 17x - 21 \geq 0$
- 3 $(x^2 - x - 2)(2x^2 + 3x - 5) < 0$
- 4 $|2x^2 - x| < |6x - 3|$
- 5 $\frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 3x - 4} \leq 0$
- 6 $\frac{3x-5}{x-2} \leq \frac{x-2}{3x-5}$
- 7 $\frac{x+2}{x+1} > \frac{3x-1}{x^2-2x-3}$
- 8 $\sqrt{x^2+1} > x+2$
- 9 $|x^2 - x| < 2\sqrt{x-1}$

Exercice 6 (15 minutes)

- 1 Vérifier que, pour tout réel x , $4x^3 + 9x^2 - x - 6 = (x+2)(4x^2 + x - 3)$.
- 2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $4x^3 + 9x^2 - x - 6 \geq 0$.
- 3 En déduire alors la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\sqrt{4x^3 + 9x^2 - x - 6} \leq x+2$.

Exercice 7 (12 minutes)

On donne le tableau de signe d'un trinôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$		+	-	+

- 1 Déterminer le signe de chacun des réels a, b et c .
- 2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(|x|) \geq 0$.
- 3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{P(x)}{x^2 + 2x - 8} < 0$.

Exercice 8 (20 minutes)

- 1 Résoudre dans $\mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 = 0$
- 2 Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
 - a Vérifier que $f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 6)$
 - b Résoudre dans $\mathbb{R} : x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \geq 0$
- 3 Soit $g(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
 - a Factoriser $t^2 - 5t + 4$
 - b En déduire que $g(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$
- 4 Soit $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
 - a Déterminer le domaine D de définition de h
 - b Montrer que pour tout x de $D : h(x) = \frac{x - 3}{x^2 + 3x + 2}$
 - c Résoudre dans $\mathbb{R} : h(x) \geq 1$