

SUITES ARITHMETIQUES 2^{ème} Sciences et Informatiques

Exercice 1

Soit (U_n) une suite arithmétique tel que : $U_4 = 11$ et $U_{22} = 47$

- 1) Calculer la raison r de la suite (U_n) .
- 2) Calculer U_0
- 3) Donner le terme général de la suite (U_n) .

Exercice 2

Soit (V_n) une suite arithmétique tel que : $V_7 = 22$ et $r = 3$; r étant la raison de la suite (V_n) .

- 1) Calculer V_0
- 2) Donner le terme général de la suite (V_n) .

Exercice 3

Soit (W_n) une suite arithmétique tel que : $W_{12} = 9$ et $W_{19} = 23$

- 1) Calculer la raison r de la suite (W_n) .
- 2) Calculer W_0
- 3) Exprimer W_n en fonction de n .
- 4) Calculer $S = W_5 + W_6 + W_7 + \dots + W_{22}$

Exercice 4

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 , U_2 et U_3
b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n}$
a) Calculer V_0 , V_1 et V_2 puis montrer que (V_n) est arithmétique
b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
- 3) Calculer $S = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$

Exercice 5

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{2n+3}{n+1}$

- 1) a) Calculer U_0 , U_1 et U_2
b) En déduire que suite (U_n) n'est pas arithmétique
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{2U_n+1}{U_n-2}$

- a) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme 7
- b) Donner le terme général de la suite (V_n)
- c) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- 3) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n = 2 + \frac{5}{U_n - 2}$
- b) Calculer $S'_n = \frac{5}{U_0 - 2} + \frac{5}{U_1 - 2} + \frac{5}{U_2 - 2} + \dots + \frac{5}{U_n - 2}$

Exercice 6

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{9-2U_n}{4-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
- b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n - 3}$
- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $V_n = 1 - \frac{1}{3 - U_n}$
- b) Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ V_{n+1} en fonction de U_n
- c) Montrer alors que (V_n) est arithmétique de raison -1 préciser son premier terme.
- 3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
- 4) a) Calculer $S_n = V_2 + V_3 + \dots + V_{15}$
- b) Calculer $S'_n = \frac{1}{3-U_0} + \frac{1}{3-U_1} + \frac{1}{3-U_2} + \dots + \frac{1}{3-U_n}$

Exercice 7

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_1 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{nU_n + 4}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

- 1) a) Calculer U_2 , U_3 et U_4
- b) En déduire que suite (U_n) n'est pas arithmétique
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = nU_n$
- a) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique préciser sa raison et son premier terme
- b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 8

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{9}{6-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
- b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$

- a) Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ V_{n+1} en fonction de U_n
 - b) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique.
- 3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 9

- 1) Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{1-2U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- a) Calculer U_1 et U_2
 - b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{1}{U_n}$
- a) Calculer V_0
 - b) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique et donner sa raison.
 - c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) Calculer $S = V_8 + V_9 + V_{10} + \dots + V_{32}$

Exercice 10

- 1) a) Montrer que les nombres 13 , 16 et 19, pris dans cet ordre, sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique U .
- b) Déterminer la raison r de la suite U .
 - c) Sachant que $U_3 = 13$, calculer le premier terme U_0 de la suite U .
- 2) a) Donner le terme général de la suite U .
- b) Calculer U_5 , U_9 et U_{21}
 - c) Calculer $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{200}$ et $S_2 = U_{13} + U_{14} + U_{15} + \dots + U_{50}$
- 3) a) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_n = 193$.
- b) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 531$.

Exercice 11

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{3U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
- b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{2U_n+1}{U_n}$
- a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

Exercice 12

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = 2n^2 + 2n$

- a) Calculer U_0 ; U_1 et U_2
 - b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n}{n+1} + 3$
- b) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison 2.
 - c) Calculer V_n en fonction de n
- 3) Soit $S = V_3 + V_4 + V_5 + \dots + V_{20}$ et $S' = 7 + \dots + 97 + 99$
- a) Calculer S
 - b) Montrer S' est la somme des termes consécutifs de la suite (V_n) et calculer S'

Exercice 13

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n - 4}{U_n - 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
 - b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 2}$
- a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique.
 - b) Calculer V_n en fonction de n déduire le terme général de la suite (U_n) .
- 3) Calculer $S = V_0 + V_4 + V_5 + \dots + V_n$ en déduire en déduire $S' = V_0 + V_4 + \dots + V_{25}$

Exercice 14

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
 - b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.
- 4) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{3U_n - 2}{U_n - 1}$
- a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique préciser son premier terme et sa raison.
 - b) Exprimer V_n en fonction de n et en déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n = \frac{n+2}{n+1}$
- 5) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- 6) Soit la suite (W_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $W_n = \frac{1}{U_n - 1}$
- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $W_n + 3 = V_n$
 - b) Calculer $S' = \frac{1}{U_0 - 1} + \frac{1}{U_1 - 1} + \frac{1}{U_2 - 1} + \dots + \frac{1}{U_n - 1}$