

**Exercice 1**

Soit  $(U_n)$  une suite géométrique définie sur  $\mathbb{N}$  tel que  $U_3 = 24$  et  $U_8 = 768$ .

- 1) Décomposer 32 en produit de facteurs premiers.
- 2) a) Déterminer la raison  $q$  de cette suite.  
b) Déterminer le premier terme  $U_0$  de cette suite
- 3) a) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$   
b) Calculer  $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_8$

**Exercice 2**

Soit  $(U_n)$  la suite définie par :  $U_0 = 0$  et  $U_{n+1} = 4U_n + 9$

- 1) a) Calculer  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$   
b) Montrer que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $V_n = U_n + 3$   
a) Montrer que  $V_{n+1} = 4U_n + 12$   
b) En déduire que  $V$  est une suite géométrique de raison 4.  
c) Exprimer alors  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose  $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$  et  $S' = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$   
a) Montrer que  $S = 4^n - 1$   
b) En déduire  $S'$

**Exercice 3**

1) Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$
- b) Montrer que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n - 2$   
a) Calculer  $V_0$  et  $V_1$   
b) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$   
c) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$

**Exercice 4**

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $U_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_{n+1} = 2U_n + 2$

- 1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$   
b) Montrer que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n + 2$   
a) Calculer  $V_1$  et  $V_2$

b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $V_{n+1} = 2V_n$

c) En déduire que la suite  $(V_n)$  est suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme

3) a) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$

b) En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$

4) a) Calculer  $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

b) En déduire  $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

#### Exercice 5

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n+3}{U_n+4} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$

b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite réelle  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Calculer  $U_n$  en fonction de  $n$

c) Calculer  $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

3) Soit la suite  $(W_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $W_n = \frac{-4}{U_n+3}$

a) Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a :  $W_n + 1 = V_n$

c) Calculer  $\frac{-4}{U_0+3} + \frac{-4}{U_1+3} + \frac{-4}{U_2+3} + \dots + \frac{-4}{U_n+3}$

#### Exercice 6

1) Soit  $U$  la suite réelle définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{1 + 4U_n^2} \end{cases} \quad \text{pour tout } \forall n \in \mathbb{N}$$

a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$

b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) On pose pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $V_n = U_n^2 + \frac{1}{3}$

a) Montrer que  $V$  est une suite géométrique de raison 4

b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

3) a) Calculer  $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

b) En déduire  $S' = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2$

#### Exercice 7

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = 3U_n + 8 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$

b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n + 4$

- a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) a) Calculer  $S_{n+1} = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- b) Calculer  $T_{n+1} = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$
- 4) Soit la suite  $(W_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $W_n = V_n + 3n - 3 - 3^n$
- Calculer  $P_{n+1} = W_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_n$

### Exercice 8

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $U_0 = 0$  et  $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2}$  pour tout  $\forall n \in \mathbb{N}$

- 1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n^2 - 4$
- a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison
- b) Déterminer  $V_n$  en fonction de  $n$  et en déduire  $U_n$ , en fonction de  $n$
- c) Calculer la somme  $S = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$
- 3) Soit la suite  $W$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} W_n = 4 \\ W_{n+1} - W_n = 4 \end{cases}$

Exprimer  $W_n$  en fonction de  $n$

### Exercice 9

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $U_0 = \frac{1}{2}$  et  $U_{n+1} = \frac{U_n}{1+U_n}$  pour tout  $\forall n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$
- b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est pas arithmétique.
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$
- a) Montrer que la suite  $(V_n)$  est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.
- b) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$
- c) En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $U_n = \frac{1}{2n+2}$
- 3) On donne  $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$  où  $n \in \mathbb{N}^*$
- et  $S' = (V_2^2 - V_1^2) + (V_4^2 - V_3^2) + \dots + (V_{98}^2 - V_{97}^2) + (V_{100}^2 - V_{99}^2)$
- a) Montrer que  $S_n = n^2 + 4n$
- b) Déterminer la valeur de  $n$  pour que  $S_n = 10400$
- c) Déduire que  $S' = 20800$

### Exercice 10

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n+3}{U_n+6} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$
- b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Calculer  $V_n$  en fonction de  $n$ .

c) En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .

3) Soit  $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

Montrer que  $S_n = \frac{7}{4} \left( \left( \frac{3}{7} \right)^{n+1} - 1 \right)$

### Exercice 11

On considère la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par :  $U_1 = \frac{3}{2}$  et  $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{n-2}{n(n+1)(n+2)}$  pour tout  $\forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer  $U_2$  et  $U_3$

b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par :  $V_n = U_n - \frac{2}{n(n+1)}$

a) Calculer  $V_1$

b) Montrer que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$

c) Déterminer  $V_n$  en fonction de  $n$  et en déduire  $U_n$  en fonction de  $n$

3) a) Vérifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  on a :  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

b) Calculer en fonction de  $n$ ,  $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$

c) En déduire que  $S'_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$

d) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  on a :  $S'_n < 3$

### Exercice 12

On considère la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

On suppose que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $0 < U_n < 1$

1) a) Vérifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $U_{n+1} - U_n = \frac{2U_n(1-U_n)}{1+2U_n}$

b) En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $U_{n+1} > U_n$

2) soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = \frac{1-U_n}{2U_n}$

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{3}$

b) Calculer  $V_0$  puis exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$

c) En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $U_n = \frac{3^n}{2+3^n}$

3) a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $1 + 2U_n = \frac{U_n - 1}{U_{n+1} - 1}$

b) En déduire que  $(1 + 2U_0) \times (1 + 2U_1) \times (1 + 2U_2) \times \dots \times (1 + 2U_n) = \frac{2}{3} + 3^n$