EXERCICES CORRIGÉS – TRIGONOMÉTRIE

CLASSE : 2[IÈME] SECONDAIRE /SECTION : SCIENCES ET INFO

PROF :BELLASSOUED MOHAMED /ANNÉE SCOLAIRE 2020-2021

EducMath

EXERCICE N° 1: Calculer sans utiliser la calculatrice les deux expressions suivantes :

1) $S_1=\cos\frac{3\pi}{14}+\cos\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{3\pi}{14}$ 2) $S_2=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

Correction :

1) $\bullet\ \frac{3\pi}{14}+\frac{2\pi}{7}=\frac{3\pi}{14}+\frac{4\pi}{14}=\frac{7\pi}{14}=\frac{\pi}{2}$; donc : $\cos\frac{3\pi}{14}=\sin\frac{2\pi}{7}$ et $\cos\frac{2\pi}{7}=\sin\frac{3\pi}{14}$

Donc : $S_1=\cos\frac{3\pi}{14}+\cos\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{3\pi}{14}=\sin\frac{2\pi}{7}+\sin\frac{3\pi}{14}-\sin\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{3\pi}{14}=0$ **Ainsi:** $S_1=0$

2) $\bullet\ \frac{\pi}{8}+\frac{7\pi}{8}=\pi\Leftrightarrow\cos\frac{7\pi}{8}=-\cos\frac{\pi}{8}\Leftrightarrow\cos^2\frac{7\pi}{8}=\cos^2\frac{\pi}{8}$. / $\bullet\ \frac{3\pi}{8}+\frac{5\pi}{8}=\pi\Leftrightarrow\cos\frac{5\pi}{8}=-\cos\frac{3\pi}{8}\Leftrightarrow\cos^2\frac{5\pi}{8}=\cos^2\frac{3\pi}{8}$.

$$S_2=\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\cos^2\frac{5\pi}{8}+\cos^2\frac{7\pi}{8}=\cos^2\frac{\pi}{8}+\underbrace{\cos^2\frac{7\pi}{8}}_{\cos^2\frac{\pi}{8}}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+\underbrace{\cos^2\frac{5\pi}{8}}_{\cos^2\frac{3\pi}{8}}=2\cos^2\frac{\pi}{8}+2\cos^2\frac{3\pi}{8}$$

$\Leftrightarrow S_2=2\left(\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}\right)$. Or $\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}=\frac{4\pi}{8}=\frac{\pi}{2}$; donc : $\cos\frac{3\pi}{8}=\sin\frac{\pi}{8}\Leftrightarrow S_2=2\left(\underbrace{\cos^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}}_{=1}\right)=2$ **Ainsi:** $S_2=2$

EXERCICE N° 2: Prouver les égalités suivantes :

1) $\cos^2x-\cos^2y=\sin^2y-\sin^2x$

2) $\cos^4x+\sin^4x=1-2\cos^2x\cdot\sin^2x$

3) $\cos^4x-\sin^4x=1-2\sin^2x$

4) $\cos^6x+\sin^6x=1-3\sin^2x\cdot\cos^2x$

5) $\frac{\tan x}{1+\tan^2x}=\sin x\cdot\cos x$

6) $\tan^2x-\sin^2x=\tan^2x\cdot\sin^2x$

Correction :

1) $\cos^2x+\sin^2x=\cos^2y+\sin^2y=1\Leftrightarrow\cos^2x-\cos^2y=\sin^2y-\sin^2x$ **Ainsi:** $\cos^2x-\cos^2y=\sin^2y-\sin^2x$

2) $\cos^4x+\sin^4x+2\cos^2x\cdot\sin^2x=\underbrace{\left(\cos^2x\right)^2+\left(\sin^2x\right)^2+2\cos^2x\cdot\sin^2x}_{\text{Produit remarquable : }a^2+b^2+2ab=(a+b)^2}$

$=\left(\underbrace{\left(\cos^2x\right)+\left(\sin^2x\right)}_{1}\right)^2=1$ **Ainsi:** $\cos^4x+\sin^4x=1-2\cos^2x\cdot\sin^2x$

3) $\cos^4x-\sin^4x=\underbrace{\left(\cos^2x+\sin^2x\right)}_{1}\left(\cos^2x-\sin^2x\right)=\underbrace{\cos^2x}_{1-\sin^2x}-\sin^2x$

$=\left(1-\sin^2x\right)-\sin^2x=1-2\sin^2x$ **Ainsi:** $\cos^4x-\sin^4x=1-2\sin^2x$

Produits remarqubles

- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- $(a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2$
- $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
- $(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
- $(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

$$4)\cos^6 x+\sin^6 x=\left(\cos^2 x\right)^3+\left(\sin^2 x\right)^3=\underbrace{\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)}_{1}\left(\cos^4 x-\cos^2 x\cdot\sin^2 x+\sin^4 x\right)$$

$$=\underbrace{\cos^4 x+2\cos^2 x\cdot\sin^2 x+\sin^4 x}_{\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)^2=1}-3\sin^2 x\cdot\cos^2 x=1-3\sin^2 x\cdot\cos^2 x$$

Ainsi: $\cos^6 x+\sin^6 x=1-3\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

Deuxième méthode :

$$\bullet\left(\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1}\right)^3=\left(\cos^2 x\right)^3+3\cos^4 x\cdot\sin^2 x+3\cos^2 x\cdot\sin^4 x+\left(\sin^2 x\right)^3=\cos^6 x+3\cos^2 x\cdot\sin^2 x\underbrace{\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)}_{1}+\sin^6 x$$

$\Leftrightarrow 1=\cos^6 x+3\cos^2 x\cdot\sin^2 x+\sin^6 x\Leftrightarrow\cos^6 x+\sin^6 x=1-3\sin^2 x\cdot\cos^2 x$ **Ainsi:** $\cos^6 x+\sin^6 x=1-3\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

$$5)\frac{\tan x}{\underbrace{1+\tan^2 x}_{=\frac{1}{\cos^2 x}}}=\frac{\tan x}{\frac{1}{\cos^2 x}}=\tan x\cdot\cos^2 x=\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\cos^2 x=\sin x\cdot\cos x$$

Ainsi: $\dfrac{\tan x}{1+\tan^2 x}=\sin x\cdot\cos x$

$$6)\tan^2 x-\sin^2 x=\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-\sin^2 x=\frac{\sin^2 x-\sin^2 x\cdot\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x\cdot\overbrace{\left(1-\cos^2 x\right)}^{\sin^2 x}}{\cos^2 x}=\underbrace{\left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)}_{\tan^2 x}\cdot\sin^2 x=\tan^2 x\cdot\sin^2 x$$

Ainsi: $\tan^2 x-\sin^2 x=\tan^2 x\cdot\sin^2 x$

EXERCICE N° 3:

1-Soit ABC un correction triangle défini par $AB=2$, $BC=1$ et $\hat{B}=\dfrac{\pi}{3}$. Calculer AC ; $\hat{A}$ et $\hat{C}$

2-Soit ABC un triangle défini par $BC=12$, $\hat{B}=45°$ et $\hat{C}=105°$. Déterminer l'aire du triangle ABC

Correction :

D'après le théorème d'el-Kashi appliqué au triangle ABC on aura :

$$\bullet AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\hat{B}\Leftrightarrow AC^2=2^2+1^2-2\times2\times1\times\cos\hat{B}\Leftrightarrow AC^2=5-4\cos\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow AC^2=3\Leftrightarrow AC=\sqrt{3}$$

D'après la loi de sinus appliquée au triangle ABC on aura :

$$\bullet\frac{AB}{\sin\hat{C}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}=\frac{BC}{\sin\hat{A}}\Rightarrow\frac{BC}{\sin\hat{A}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}\Rightarrow\frac{1}{\sin\hat{A}}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\Rightarrow\sin\hat{A}=\frac{1}{2}\Rightarrow\hat{A}=\frac{\pi}{6}\text{ ou }\hat{A}=\frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Si }\hat{A}=\frac{5\pi}{6}:\hat{A}+\hat{B}=\frac{5\pi}{6}+\frac{\pi}{3}=\frac{7\pi}{6}\succ\pi=180°\left(\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°=\pi\right)\text{ Ainsi : }\hat{A}=\frac{\pi}{6}$$

$$\bullet\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°=\pi\Leftrightarrow\hat{C}=\pi-\left(\hat{A}+\hat{B}\right)=\pi-\underbrace{\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)}_{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}\text{ Ainsi : }\hat{C}=\frac{\pi}{2}=90°$$

Ainsi

- $AC=\sqrt{3}$
- $\hat{A}=\dfrac{\pi}{6}=30°$
- $\hat{C}=\dfrac{\pi}{2}=90°$

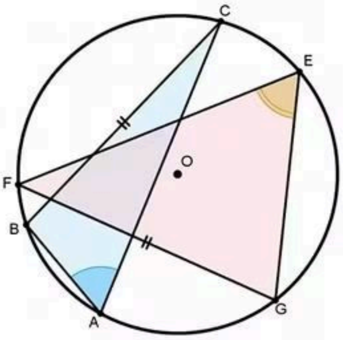
$$2\text{-}\hat{A}=180°-\left(\hat{B}+\hat{C}\right)=180°-\left(45°+105°\right)=30°$$

$$\bullet\frac{AB}{\sin\hat{C}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}=\frac{BC}{\sin\hat{A}}\Rightarrow\frac{BC}{\sin30°}=\frac{AC}{\sin45°}\Rightarrow\frac{12}{\frac{1}{2}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow\frac{AC}{\sqrt{2}}=12\Rightarrow AC=12\sqrt{2}$$

Ainsi $S=36\sqrt{2}$

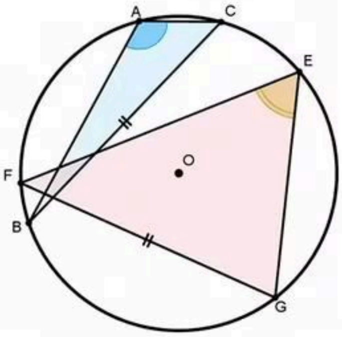
$$\bullet\text{L'aire du triangle ABC est : }S=\frac{1}{2}CA\cdot CB\cdot\sin\hat{C}=\frac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times12\cdot\underbrace{\sin30°}_{\frac{1}{2}}=36\sqrt{2}$$

EXERCICE N° 4:



ABC et EFG deux triangles inscrits dan le même cercle C tel que BC = FG

Montrer que les deux angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EFG}$ sont égaux ou Supplémentaires



Correction

Soit R le rayon du cercle (C) . D'après la loi de sinus appliquée au triangle ABC et EFG on aura :

$$\begin{cases} \bullet \ \dfrac{AB}{\sin\hat{C}} = \dfrac{AC}{\sin\hat{B}} = \dfrac{BC}{\sin\hat{A}} = 2R \\ \bullet \ \dfrac{EF}{\sin\hat{G}} = \dfrac{EG}{\sin\hat{F}} = \dfrac{FG}{\sin\hat{E}} = 2R \end{cases} \Rightarrow \dfrac{BC}{\sin\hat{A}} = \dfrac{FG}{\sin\hat{E}} = 2R. \text{ Or } BC = FG \Leftrightarrow \sin\hat{A} = \sin\hat{E} \Leftrightarrow \hat{A} = \hat{E} \text{ ou } \hat{A} = \pi - \hat{E}$$

Ainsi les deux angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EFG}$ sont égaux ou Supplémentaires

la figure 1 represente un quadrilatere convexe ABCD

Montrer que l'aire du quadrilatere est :

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin\alpha$$

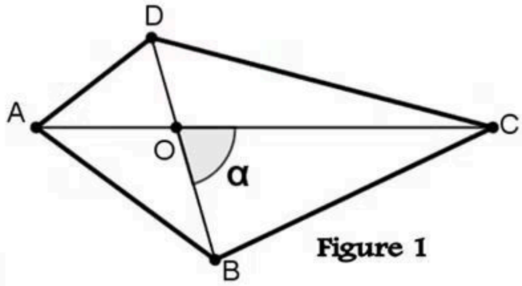


Figure 1

Correction

On note : S_1 ; S_2 ; S_3 et S_4 les aires des triangles OAB ; OBC ; OCD et OAD respectivement

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin\alpha \\ S_2 = \frac{1}{2} OB \times OC \times \sin\alpha \\ S_3 = \frac{1}{2} OC \times OD \times \sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{2} OC \times OD \times \sin\alpha \\ S_4 = \frac{1}{2} OA \times OD \times \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{1}{2} OB \times \sin\alpha \left(\underbrace{OA + OC}_{AC} \right) + \frac{1}{2} OD \sin\alpha \left(\underbrace{OA + OC}_{AC} \right)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} AC \times \sin\alpha \left(\underbrace{OB + OD}_{BD} \right) = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin\alpha$$

Ainsi $\boxed{S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin\alpha}$

EXERCICE N° 5: 4.5 POINTS

BAREME

ABC un triangle rectangle en A inscrit dans le demi cercle de centre O et de rayon 1 (figure 3)

$\widehat{ABO} = x$ et $\widehat{AOC} = 2x$

1-Montrer que $AB = 2\cos x$ 0.5

2-a-Justifier que $\sin(A\hat{O}B) = \sin 2x$ 0.25

b-On appliquant la loi de sinus dans le triangle OAB ,
Montrer que $\sin(2x) = AB\sin x$ 1

c-En déduire que $\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$ 0.25

d-En déduire que $\sin x + \cos x = \sqrt{1+\sin(2x)}$ 0.5

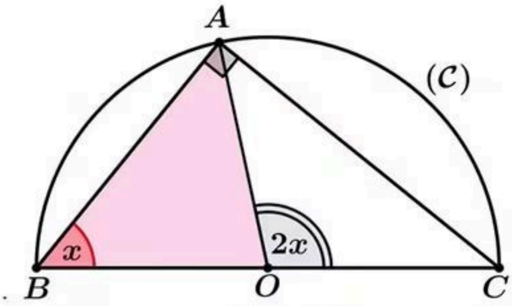


Figure 2

Application

3-a- Montrer que $\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 0.75

b- Sachant que $\sin\frac{\pi}{12} \prec \cos\frac{\pi}{12}$; déduire que : $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 1.25

Correction

1-Le triangle ABC est rectangle en A : $\cos A\hat{B}C = \cos x = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{AB}{B} = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow AB = 2\cos x$ **Ainsi** $AB = 2\cos x$

2-a- $\sin(A\hat{O}B) = \sin(\pi - A\hat{O}B) = \sin(A\hat{O}C) = \sin 2x$ **Ainsi** $\sin(A\hat{O}B) = \sin 2x$ 0.25

b-On appliquant la loi de sinus dans le triangle OAB :

$$\frac{AB}{\sin\hat{O}} = \frac{OB}{\sin\hat{A}} = \frac{OA}{\sin\hat{B}} \Leftrightarrow \frac{AB}{\sin 2x} = \frac{\overbrace{OA}^{1}}{\sin x} = \frac{1}{\sin x} \Leftrightarrow AB\sin x = \sin 2x$$ **Ainsi** $\sin 2x = AB\sin x$

c- $\sin(2x) = AB\sin x$; Or d'aprés 1) $AB = 2\cos x$ donc : $\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$

Ainsi $\sin(2x) = 2\sin x\cdot\cos x$

d- $$\begin{cases} \bullet\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \bullet\ \sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x \end{cases} \Rightarrow \sqrt{1+\sin(2x)} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x\cdot\cos x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$$
$$= |\sin x + \cos x|$$

Or $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} \bullet\ \sin x \geq 0 \\ \bullet\ \cos x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x + \cos x \geq 0 \Leftrightarrow |\sin x + \cos x| = \sin x + \cos x$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+\sin(2x)} = \sin x + \cos x$ **Ainsi** $\sin x + \cos x = \sqrt{1+\sin(2x)}$

Application

3-a- On a : $\sin(2x) = 2\sin x\cdot\cos x$. Pour $x = \frac{\pi}{12}$; on aura : $\sin(2\cdot\frac{\pi}{12}) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = 2\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}$

$\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$ **Ainsi** $\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$

On a : $\sin x + \cos x = \sqrt{1+\sin(2x)}$. Pour $x = \frac{\pi}{12}$; on aura : $\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12} = \sqrt{1+\sin(2\cdot\frac{\pi}{12})}$

$= \sqrt{1+\sin\frac{\pi}{6}} = \sqrt{1+\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ **Ainsi** $\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

b-
- On pose $S=\sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}}{2}$ et $P=\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1}{4}$
- $S^2-4P=\frac{6}{4}-4\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}\succ 0 \Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{12}$ et $\cos\frac{\pi}{12}$ sont solutions de l'équation : $x^2-Sx+P=0$
- $x^2-Sx+P=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{\sqrt{6}}{2}x+\frac{1}{4}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x'=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}}{2}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ x''=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}{2}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\end{cases}$;Or $\sin\frac{\pi}{12}\prec\cos\frac{\pi}{12}$

donc : $x'=\sin\frac{\pi}{12}$ et $x''=\cos\frac{\pi}{12}$ **Ainsi** $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

EXERCICE N°6: A et B deux points du demi cercle trigonométrique: $A(\cos a;\sin a)$ et $A(\cos a;\sin a)$ et $B(\cos b;\sin b)$

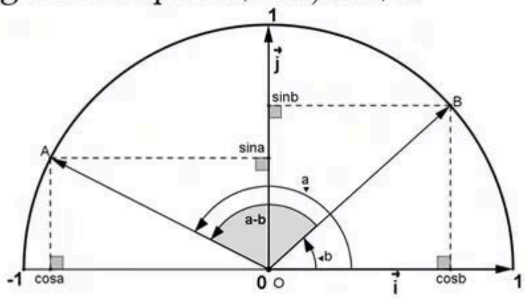


Figure 3

1-a-On utilisant le théorème d'el-Kashi ; Montrer que

$$AB^2=2-2\cos(a-b)$$

b-En déduire que: $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

2-<u>Application:</u> On écrivant $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$; déduire que :

$$\cos(\frac{\pi}{12})=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\ ;\ \sin(\frac{\pi}{12})=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \text{ et } \tan(\frac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$$

Correction

1-a-D'après le théorème d'el-Kashi appliqué au triangle OAB on aura :

$\bullet AB^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cdot\cos\hat{O} \Leftrightarrow AB^2=1+1-2\times1\times1\times\cos(a-b)\Leftrightarrow AB^2=2-2\cos(a-b)$

b- • $AB^2=2-2\cos(a-b)=\left(\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\right)^2=(\cos b-\cos a)^2+(\sin b-\sin a)^2$

$\Leftrightarrow AB^2=\cos^2 b-2\cos b\cdot\cos a+\cos^2 a+\sin^2 b-2\sin b\cdot\sin a+\sin^2 a$

$\Leftrightarrow AB^2=\underbrace{(\cos^2 b+\sin^2 b)}_{1}+\underbrace{(\cos^2 a+\sin^2 a)}_{1}-2(\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b)$

$\Leftrightarrow AB^2=2-(\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b)=2-2\cos(a-b)\Leftrightarrow\cos(a-b)=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b$

Ainsi $\cos(a-b)=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b$

2-<u>Application:</u> $\cos(\frac{\pi}{12})=\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\cos^2(\frac{\pi}{12})+\sin^2(\frac{\pi}{12})=1\Leftrightarrow\sin^2(\frac{\pi}{12})=1-\cos^2(\frac{\pi}{12})=1-\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2=1-\frac{6+(2\sqrt{6}\times\sqrt{2})+2}{16}=\frac{16-8-(2\sqrt{6}\times\sqrt{2})}{16}$

$=\frac{8-(2\sqrt{6}\times\sqrt{2})}{16}=\frac{\sqrt{6}^2+\sqrt{2}^2-(2\sqrt{6}\times\sqrt{2})}{16}=\frac{\sqrt{6}^2-(2\sqrt{6}\times\sqrt{2})+\sqrt{2}^2}{16}=\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2$ .Or $\frac{\pi}{12}\in[0;\pi]$;donc

$\sin(\frac{\pi}{12})\succ 0$ Ainsi : $\sin(\frac{\pi}{12})=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. $\bullet\tan(\frac{\pi}{12})=\frac{\sin(\frac{\pi}{12})}{\cos(\frac{\pi}{12})}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}=\frac{8-4\sqrt{3}}{4}$

$=2-\sqrt{3}$; donc $\tan(\frac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$

Ainsi $\begin{cases}\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\\ \cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\\ \tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}\end{cases}$